



NEWSLETTER AIFIRM

RISK MANAGEMENT MAGAZINE

Rivista dell'Associazione Italiana Financial Industry Risk Managers

Anno 8, numero 4

Ottobre – Novembre – Dicembre 2013

Poste Italiane - Spedizione in abbonamento postale – 70% aut. DCB / Genova nr. 569 anno 2005

TESTATA INDIPENDENTE CHE NON PERCEPISCE CONTRIBUTI PUBBLICI (legge 250/1990)

CONTIENE POSITION PAPER AIFIRM N° 1



IN QUESTO NUMERO

3

Editoriale
di Davide Alfonsi

5

Il metodo degli iperpiani in econometria:
applicazione alle poste a vista
di Danilo Ferroni



Newsletter AIFIRM – Risk Management Magazine

Anno 8, n° 4 Ottobre - Novembre - Dicembre 2013

Direttore Responsabile:

Maurizio Vallino (Banca Carige)

Condirettore

Corrado Meglio (Banca di Credito Popolare)

Comitato di Redazione:

Simona Cosma (Università del Salento)
Emanuele Diquattro (Banca Agricola Pop. di Ragusa)
Paola Ferretti (Università di Pisa)
Giampaolo Gabbi (Università di Siena)
Fausto Galmarini (Assifact)
Pier Giuseppe Giribone (Banca Carige)
Rossano Giuppa (BCC Roma)
Aldo Letizia (Banca Popolare Pugliese)
Paolo Palliola (Cassa di Risparmio di San Miniato)
Enzo Rocca (Credito Valtellinese)
Fabio Salis (Banco Popolare)
Cristiana Schena (Università dell'Insubria)
Giuseppe Torluccio (Università di Bologna)
Walter Vecchiato (Veneto Banca)

Vignettista: Silvano Gaggero

Proprietà, Redazione e Segreteria:

Associazione Italiana Financial Industry Risk
Managers (AIFIRM), Via Sile 18, 20139 Milano

Registrazione del Tribunale di Milano n° 629 del
10/9/2004

ISSN 2283-7329

E-mail: segreteria@aifirm.it;

Tel. 389 6946315

Lunedì h.10-12; da Lunedì a Venerdì h.15-17

Stampa: Algraphy S.n.c. - Passo Ponte Carrega 62-62r
16141 Genova

**Le opinioni espresse negli articoli impegnano
unicamente la responsabilità dei rispettivi autori**

**SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE AI
SOCI AIFIRM RESIDENTI IN ITALIA, IN
REGOLA CON L'ISCRIZIONE**

EDITORIALE

Cari lettori,

è con grande soddisfazione che vi annuncio l'avvenuto completamento a fine 2013 del Position Paper della nostra Associazione intitolato "Il rischio Parametro per le Banche italiane: perché l'indicizzazione Euribor determina un *mismatching* non più gestibile". In allegato alla rivista troverete una copia "fisica" del documento, che è stato inviato anche agli esponenti delle principali istituzioni finanziarie e autorità di Vigilanza del nostro Paese.

La Commissione tecnica appositamente istituita a inizio 2013 e composta da 23 associati ha analizzato approfonditamente il rilevante rischio strutturale emerso dal 2011 con il coinvolgimento nella crisi finanziaria del debito Sovrano italiano. Lo spread delle operazioni a tasso variabile sull'attivo e sul passivo è infatti da fine 2011 funzione del rischio sovrano, ma viene espresso in termini di spread su Euribor: al variare del rischio sovrano i livelli di spread applicati alle nuove erogazioni/emissioni si adeguano, ma lo spread sulle masse già erogate/emesse rimane ovviamente costante. L'attuale modalità di determinazione del tasso variabile (Euribor più spread costante), sia sul lato dell'attivo che sul lato del passivo, espone conseguentemente le banche a un rischio di base, accentuato da due fattori: in primis dal fatto che, mentre il passivo a medio-lungo termine è in massima parte non richiamabile, sul lato dell'attivo i mutui residenziali sono estinguibili anticipatamente da parte dei debitori senza alcun onere (cd. portabilità). In secondo luogo, dalla scadenza delle operazioni, che è molto differenziata tra l'attivo (con mutui residenziali in genere oltre i 20 anni) ed il passivo (in massima parte entro i 5 anni). Conseguentemente, il parametro di indicizzazione Euribor non è più rilevante per il *repricing*: ciò determina un ulteriore rischio nei bilanci delle banche italiane, il rischio parametro «EURIBOR», che potrebbe determinare significative perdite, sia in caso di rialzo, sia in caso di ribasso, dello spread BTP-*Bund*. Se nel caso di rialzo tali perdite sono largamente attese (così come peraltro realizzatosi nel corso della crisi), meno ovvie sono quelle connesse allo scenario di riduzione dello spread BTP-*Bund*: nel lavoro si è stimato in oltre 1 miliardo di euro la perdita potenziale per il sistema bancario, sotto alcune ipotesi di *prepayment* dell'attivo in un sentiero di rientro ai livelli pre-crisi dello spread.

La Commissione si è articolata in tre gruppi di lavoro, che hanno analizzato tre possibili forme di mitigazione del rischio parametro: l'indicizzazione degli attivi a medio-lungo termine al BOT, l'indicizzazione degli stessi al BTP e l'emissione di obbligazioni *callable*. I gruppi di lavoro sono stati coordinati in modo egregio, rispettivamente, da Antonio Castagna, Carlo Frazzei e Augusto D'Agostino, ai quali va un mio particolare ringraziamento per l'impegno profuso nel coordinamento e nella finalizzazione del documento. Tutti i membri della commissione hanno peraltro messo in campo la capacità di esaminare le problematiche a 360 gradi, un taglio di analisi concreto, esemplificazioni efficaci, insomma aspetti tipici della professionalità del risk manager, che sono stati riflessi nel position paper, in cui la nostra Associazione ha sintetizzato le analisi effettuate sul rischio strutturale derivante dal parametro Euribor, l'individuazione di tre possibili ipotesi di soluzione e l'esame dei relativi pro e contro.

Analizzare questa problematica non è rilevante solo per un ristretto numero di esperti: infatti, essa inevitabilmente contribuisce a condizionare la possibilità stessa per la banca (in un contesto più complesso sia per le condizioni di mercato che per la graduale entrata in vigore delle norme

relative al rischio di liquidità) di offrire credito a medio-lungo termine, mantenendo contemporaneamente sotto controllo il livello dei rischi di liquidità e di tasso di interesse.

L'obiettivo del lavoro della Commissione, tuttavia, non è tanto quello di pretendere di proporre una soluzione univoca e immediata al problema, ma quello di evidenziare l'estrema rilevanza del tema discusso e la necessità di iniziare un dibattito più ampio che coinvolga tutti gli stakeholders (Organismi di Vigilanza, le Banche, le Associazioni dei consumatori e altre Associazioni professionali nel campo finanziario) per identificare possibili vie d'uscita dalla situazione attuale, nell'interesse non solo della gestione interna delle banche ma anche dell'economia nel suo complesso.

La modalità di lavoro tramite la costituzione di commissioni tecniche finalizzate all'analisi di problematiche ed all'individuazione di possibili soluzioni, con formalizzazione in appositi documenti da rendere pubblici si è mostrata a giudizio del Consiglio di AIFIRM molto valida e conseguentemente per il 2014 sono state lanciate quattro nuove commissioni: 2 dedicate al rischio di credito (una relativa ai modelli di rating in fase recessiva ed una che tratta la calibrazione dei modelli *low default*), una ai rischi di mercato (in particolare sulla *prudent valuation* introdotta dall'EBA nel 2013) ed una ai rischi operativi.

L'invito a tutti agli associati è pertanto di valutare seriamente l'opportunità di iscriversi a una delle predette commissioni. Il lavoro nella commissione può rappresentare una reale opportunità di confronto aperto su rilevanti problematiche del risk management e quindi di crescita professionale. Non è richiesto un impegno *full-time*, ma comunque la disponibilità ad affrontare le problematiche e offrire soluzioni, in tempi ragionevoli, da confrontare con quelle dei colleghi.

Davide Alfonsi
 (presidente AIFIRM)

Il metodo degli iperpiani in econometria: applicazione alle poste a vista

di Danilo Ferroni (Banca Etruria)

Introduzione

Data una variabile dipendente Y e K regressori X_1, \dots, X_K si definisce spazio osservativo lo spazio di dimensione $K+1$ nel quale andiamo ad osservare i punti (Y, X_1, \dots, X_K) .

Una relazione lineare tra Y ed i K regressori X :

$$Y = A + \sum_{h=1}^K B_h X_h$$

Identifica un iperpiano nello spazio informativo.

In algebra lineare dato uno spazio U di dimensione $K+1$, si definisce iperpiano un sottospazio di U di dimensione K che soddisfa un'equazione lineare e divide lo spazio U in due semispazi osservativi anch'essi di dimensione $K+1$.

Per esempio se lo spazio U ha dimensione 3 e quindi è un volume, allora l'iperpiano avrà dimensione 2 e sarà dunque un piano che taglia in due il volume U , se U fosse invece un piano l'iperpiano sarebbe allora una linea retta che taglia in due il piano U ed infine se U fosse una retta l'iperpiano sarebbe costituito da un solo punto che divide la retta U in due semirette.

Nel consueto metodo dei minimi quadrati, coerentemente con l'ipotesi di normalità degli errori a partire dalla quale venne elaborato, i coefficienti A e B vengono stimati in modo da rendere minima la somma degli errori quadratici

$$\sum_{i=1}^N \left(Y - A - \sum_{h=1}^K B_h X_h \right)^2$$

Come noto il metodo dei minimi quadrati può essere pesantemente distorto da osservazioni anomale note come outlier; tali osservazioni infatti fanno venire meno l'ipotesi di normalità degli errori immettendo nei dati l'evidenza empirica di asimmetria e leptocurtosi (iper dispersione degli errori).

Altre fonti di distorsione per i minimi quadrati possono essere anomale concentrazioni dei dati attorno ad alcuni valori (polarizzazione) le quali generano una sorta di discretizzazione dei dati in grado di generare oltre ad asimmetria e leptocurtosi anche platicurtosi (ipodispersione degli errori).

Lo scopo di questo articolo è quello di illustrare un metodo di regressione lineare alternativo al metodo dei minimi quadrati meno sensibile ad outlier e polarizzazioni, partendo comunque dal concetto di iperpiano nello spazio informativo; si cerca in definitiva di identificare un metodo di regressione che possa considerare opportunamente questo tipo di dispersioni.

Il metodo

Supponiamo di avere N osservazioni per una variabile dipendente Y spiegata da K regressori X_1, \dots, X_K ;

lo spazio informativo U ha dimensione $K+1$ e le N osservazioni sono punti collocati in tale spazio, una volta ordinato le osservazioni lungo una qualsivoglia direzione identifichiamo una successione di iperpiani descritta da ogni $(K+1)$ -pla (indistinguibile per ordine) costruibile con le N osservazioni in U :

Sistema 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_1 = \alpha + \sum_{h=1}^K \beta_h X_{h1} \\ Y_2 = \alpha + \sum_{h=1}^K \beta_h X_{h2} \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_K = \alpha + \sum_{h=1}^K \beta_h X_{hK} \\ Y_{K+1} = \alpha + \sum_{h=1}^K \beta_h X_{h(K+1)} \end{array} \right\}$$

Per ogni (K+1)-pla abbiamo dunque un sistema di K+1 equazioni in K+1 incognite (K coefficienti angolari + 1 intercetta) e quindi un sistema completo che ammette un'unica soluzione.

Le (K+1)-ple indistinte per ordine ottenibili a partire dalle N osservazioni sono:

$$\binom{N}{(K+1)} = \frac{N!}{(N-K-1)!(K+1)!}$$

La soluzione del sistema 1 restituisce l'espressione dei coefficienti α e β che sarà diversa a seconda del numero di regressori coinvolti; per esprimere più chiaramente il concetto vediamo alcuni esempi.

1 regressore: $Y = A + BX$

In questo caso lo spazio U ha dimensione 2 (è quindi un piano), dunque le osservazioni sono coppie (Y,X), il primo sistema diventa quindi:

$$\begin{cases} Y_1 = A + BX_1 \\ Y_2 = A + BX_2 \end{cases}$$

Su N osservazioni le coppie indistinte per ordine che si possono formare sono:

$$\binom{N}{2} = \frac{N!}{(N-2)!2!} = \frac{N(N-1)}{2}$$

Le espressioni dei coefficienti sono:

$$B = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)}$$

$$A = Y_1 - BX_1$$

Adesso dobbiamo calcolare B per ognuna delle coppie costruibili sulle N osservazioni

$$B_{ji} = \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)} \quad \forall i = j+1, \dots, N-1; \forall j = 1, \dots, N-1$$

La serie dei coefficienti B ci permette di studiare la derivata di Y rispetto ad X mettendo in relazione a 2 a 2 tutte le N osservazioni, i coefficienti B calcolati sono in pari numero alle coppie formate ovvero S.

La stima del parametro B della retta di regressione è:

$$\tilde{B} = \text{median}\{B_{ji}\}$$

Adesso calcoliamo la serie delle intercette a partire dalla stima \tilde{B}

$$A_i = y_i - \tilde{B}x_i \quad \forall i = 1, \dots, N$$

In questo modo teniamo conto della dipendenza lineare dei parametri A e B.

La stima del parametro A è:

$$\tilde{A} = \text{median}\{A_i\}$$

Il concetto è quello di stimare una relazione lineare mediana e non media come avviene nel metodo dei minimi quadrati, in modo che tale relazione non venga distorta da valori anomali eventualmente presenti nei dati.

2 regressori: $Y = A + BX + CZ$

In questo caso lo spazio U ha dimensione 3 (è quindi un volume), dunque le osservazioni sono triplete (Y,X,Z), il primo sistema diventa quindi:

$$\begin{cases} Y_1 = A + BX_1 + CZ_1 \\ Y_2 = A + BX_2 + CZ_2 \\ Y_3 = A + BX_3 + CZ_3 \end{cases}$$

Su N osservazioni le triplette indistinte per ordine che si possono formare sono:

$$\binom{N}{3} = \frac{N!}{(N-3)!3!} = \frac{N(N-1)(N-2)}{6}$$

Le espressioni dei coefficienti sono:

$$C = \frac{\left(\frac{(Y_3 - Y_1)}{(X_3 - X_1)} - \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} \right)}{\left(\frac{(Z_3 - Z_1)}{(X_3 - X_1)} - \frac{(Z_2 - Z_1)}{(X_2 - X_1)} \right)}$$

$$B = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} - C \frac{(Z_2 - Z_1)}{(X_2 - X_1)}$$

$$A = Y_1 - BX_1 - CZ_1$$

Adesso dobbiamo calcolare C per ognuna delle S triplete costruibili sulle N osservazioni

$$C_{hji} = \frac{\left(\frac{(y_i - y_h)}{(x_i - x_h)} - \frac{(y_j - y_h)}{(x_j - x_h)} \right)}{\left(\frac{(z_i - z_h)}{(x_i - x_h)} - \frac{(z_j - z_h)}{(x_j - x_h)} \right)} \quad \forall i = j+1, \dots, N; \forall j = h+1, \dots, N-1; \forall h = 1, \dots, N-2$$

La serie dei coefficienti C ci permette di studiare la derivata mista di Y rispetto ad X e Z mettendo in relazione a 3 a 3 tutte le N osservazioni, i coefficienti C calcolati sono in pari numero alle triplete formate ovvero

$$\binom{N}{3} = \frac{N!}{(N-3)!3!} = \frac{N(N-1)(N-2)}{6}$$

La stima del parametro B del piano di regressione è:

$$\tilde{C} = \text{mediand}\{C_{hji}\}$$

Adesso calcoliamo la serie dei parametri B a partire dalla stima \tilde{C}

$$B_{ji} = \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)} - \tilde{C} \frac{(z_i - z_j)}{(x_i - x_j)} \quad \forall i = j+1, \dots, N; \forall j = 1, \dots, N-1$$

In questo modo teniamo conto della dipendenza lineare dei parametri B e C.

La stima del parametro B è:

$$\tilde{B} = \text{mediand}\{B_{ji}\}$$

Il numero dei B_{ji} è

$$\binom{N}{2} = \frac{N!}{(N-2)!2!} = \frac{N(N-1)}{2}$$

Perché i B sono calcolati di nuovo sulle coppie

Adesso calcoliamo la serie delle intercette a partire dalle stime \tilde{B} , \tilde{C}

$$A_i = y_i - \tilde{B}x_i - \tilde{C}z_i \quad \forall i = 1, \dots, N$$

In questo modo teniamo conto della dipendenza lineare dei parametri A , B e C.

La stima del parametro A è:

$$\tilde{A} = \text{mediand}\{A_i\}$$

3 regressori: $Y = A + BX + CZ + DW$

In questo caso lo spazio U ha dimensione 4 (è quindi un iper volume), dunque le osservazioni sono 4-ple (Y,X,Z,W), il primo sistema diventa quindi:

$$\begin{cases} Y_1 = A + BX_1 + CZ_1 + DW_1 \\ Y_2 = A + BX_2 + CZ_2 + DW_2 \\ Y_3 = A + BX_3 + CZ_3 + DW_3 \\ Y_4 = A + BX_4 + CZ_4 + DW_4 \end{cases}$$

Su N osservazioni le 4-ple indistinte per ordine che si possono formare sono:

$$\binom{N}{4} = \frac{N!}{(N-4)!4!} = \frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{24}$$

Le espressioni dei coefficienti sono:

$$D = \frac{\left(\left(\frac{(y_4 - y_1)}{(x_4 - x_1)} - \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \right) - \left(\frac{(y_3 - y_1)}{(x_3 - x_1)} - \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \right) \right)}{\left(\left(\frac{(z_4 - z_1)}{(x_4 - x_1)} - \frac{(z_2 - z_1)}{(x_2 - x_1)} \right) - \left(\frac{(z_3 - z_1)}{(x_3 - x_1)} - \frac{(z_2 - z_1)}{(x_2 - x_1)} \right) \right)}$$

$$C = \frac{\left(\frac{(y_3 - y_1)}{(x_3 - x_1)} - \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \right) - D \left(\frac{(w_3 - w_1)}{(x_3 - x_1)} - \frac{(w_2 - w_1)}{(x_2 - x_1)} \right)}{\left(\frac{(z_3 - y_1)}{(x_3 - x_1)} - \frac{(z_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \right) - \left(\frac{(z_3 - y_1)}{(x_3 - x_1)} - \frac{(z_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \right)}$$

$$B = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} - C \frac{(z_2 - z_1)}{(x_2 - x_1)} - D \frac{(w_2 - w_1)}{(x_2 - x_1)}$$

$$A = y_1 - Bx_1 - Cz_1 - Dw_1$$

Adesso dobbiamo calcolare D per ognuna delle S triplete costruibili sulle N osservazioni

$$D_{m h j i} = \frac{\left(\frac{\left(\frac{(y_i - y_m)}{(x_i - x_m)} - \frac{(y_h - y_m)}{(x_h - x_m)} \right)}{\left(\frac{(z_i - z_m)}{(x_i - x_m)} - \frac{(z_h - z_m)}{(x_h - x_m)} \right)} - \frac{\left(\frac{(y_j - y_m)}{(x_j - x_m)} - \frac{(y_h - y_m)}{(x_h - x_m)} \right)}{\left(\frac{(z_j - z_m)}{(x_j - x_m)} - \frac{(z_h - z_m)}{(x_h - x_m)} \right)} \right)}{\left(\frac{\left(\frac{(w_i - w_m)}{(x_i - x_m)} - \frac{(w_h - w_m)}{(x_h - x_m)} \right)}{\left(\frac{(z_i - z_m)}{(x_i - x_m)} - \frac{(z_h - z_m)}{(x_h - x_m)} \right)} - \frac{\left(\frac{(w_j - w_m)}{(x_j - x_m)} - \frac{(w_h - w_m)}{(x_h - x_m)} \right)}{\left(\frac{(z_j - z_m)}{(x_j - x_m)} - \frac{(z_h - z_m)}{(x_h - x_m)} \right)} \right)}$$

$$\forall i = j + 1, \dots, N; \forall j = h + 1, \dots, N - 1; \forall h = m + 1, \dots, N - 2; \forall m = 1, \dots, N - 3$$

La serie dei coefficienti D ci permette di studiare la derivata mista di Y rispetto ad X, Z e W mettendo in relazione a 4 a 4 tutte le N osservazioni, i coefficienti D calcolati sono in pari numero alle 4-ple formate ovvero

$$\binom{N}{4} = \frac{N!}{(N-4)!4!} = \frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{24}$$

La stima del parametro B del piano di regressione è:

$$\tilde{D} = \text{mediand}\{D_{m h j i}\}$$

Adesso calcoliamo la serie dei parametri C a partire dalla stima \tilde{D}

$$C_{h j i} = \frac{\left(\frac{(y_i - y_h)}{(x_i - x_h)} - \frac{(y_j - y_h)}{(x_j - x_h)} \right)}{\left(\frac{(z_i - z_h)}{(x_i - x_h)} - \frac{(z_j - z_h)}{(x_j - x_h)} \right)} - \tilde{D} \frac{\left(\frac{(w_i - w_h)}{(x_i - x_h)} - \frac{(w_j - w_h)}{(x_j - x_h)} \right)}{\left(\frac{(z_i - z_h)}{(x_i - x_h)} - \frac{(z_j - z_h)}{(x_j - x_h)} \right)} \quad \forall i = j + 1, \dots, N; \forall j = h + 1, \dots, N - 1; \forall h = 1, \dots, N - 2$$

In questo modo teniamo conto della dipendenza lineare dei parametri D e C; il numero dei $C_{h j i}$ è

$$\binom{N}{3} = \frac{N!}{(N-3)!3!} = \frac{N(N-1)(N-2)}{6}$$

perché questi vengono calcolati su triplete

La stima del parametro C è:

$$\tilde{C} = \text{mediand}\{C_{h j i}\}$$

Adesso calcoliamo la serie dei parametri B a partire dalle stime \tilde{C} , \tilde{D}

$$B_{j i} = \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)} - \tilde{C} \frac{(z_i - z_j)}{(x_i - x_j)} - \tilde{D} \frac{(w_i - w_j)}{(x_i - x_j)} \quad \forall i = j + 1, \dots, N; \forall j = 1, \dots, N - 1$$

Il numero dei $B_{j i}$ è

$$\binom{N}{2} = \frac{N!}{(N-2)!2!} = \frac{N(N-1)}{2}$$

Perché i B sono calcolati di nuovo sulle coppie

Adesso calcoliamo la serie delle intercette a partire dalle stime \tilde{B} , \tilde{C} , \tilde{D}

$$A_i = y_i - \tilde{B}x_i - \tilde{C}z_i - \tilde{D}w_i \forall i = 1, \dots, N$$

In questo modo teniamo conto della dipendenza lineare dei parametri A, B, C, D.

La stima del parametro A è:

$$\tilde{A} = \text{mediand}\{A_i\}$$

In generale dunque per un modello

$$Y = \alpha + \sum_{h=1}^K \beta_h X_h$$

Il numero di osservazioni sulle quali inferire l'h-esimo β è:

$$\binom{N}{h+1}$$

e la mediana di queste ultime entra nel calcolo del β (h-1)-esimo in modo concentrico.

Una simulazione di confronto con i minimi quadrati

Adesso costruiamo un set di dati artificiali costituito da una relazione lineare perturbata da errori normali ai quali verranno aggiunti dei salti paretiani con segno casuale, in modo da simulare come dati anomali possano distorcere pesantemente delle stime ai minimi quadrati.

La metodologia di simulazione è la seguente:

1. Si simulano n osservazioni casuali per il regressore X da una normale di media μ_X e deviazione standard σ_X .
2. Si simulano 2 n errori gaussiani E simulati da una normale di media 0 e deviazione standard σ_E .
3. Si simulano n valori J da una Pareto di pericolosità α e posizione β questi valori saranno i nostri outliers.
4. Si simulano n variabili dicotomiche P che assumono valore 1 con probabilità p e 0 con probabilità 1-p, queste variabili rappresentano la possibilità di osservare un outlier in ognuna delle osservazioni Y del punto 3.
5. Si simulano n variabili dicotomiche S che assumono valore 1 con probabilità s e -1 con probabilità 1-s, queste variabili saranno il segno dell'outlier.
6. Si simulano le n osservazioni della variabile dipendente $Y = A + BX + E + P * S * J$

In questo modo si ottiene una relazione lineare $Y = A + BX$ perturbato da un processo salto/diffusione, sul quale confrontare il metodo di regressione descritto in questo articolo con l'usuale metodo dei minimi quadrati.

La simulazione è effettuata con i seguenti parametri:

$$n = 48$$

$$\mu_X = 0.8$$

$$\sigma_X = 1.2$$

$$\sigma_E = 0.3$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1$$

$$p = 0.1$$

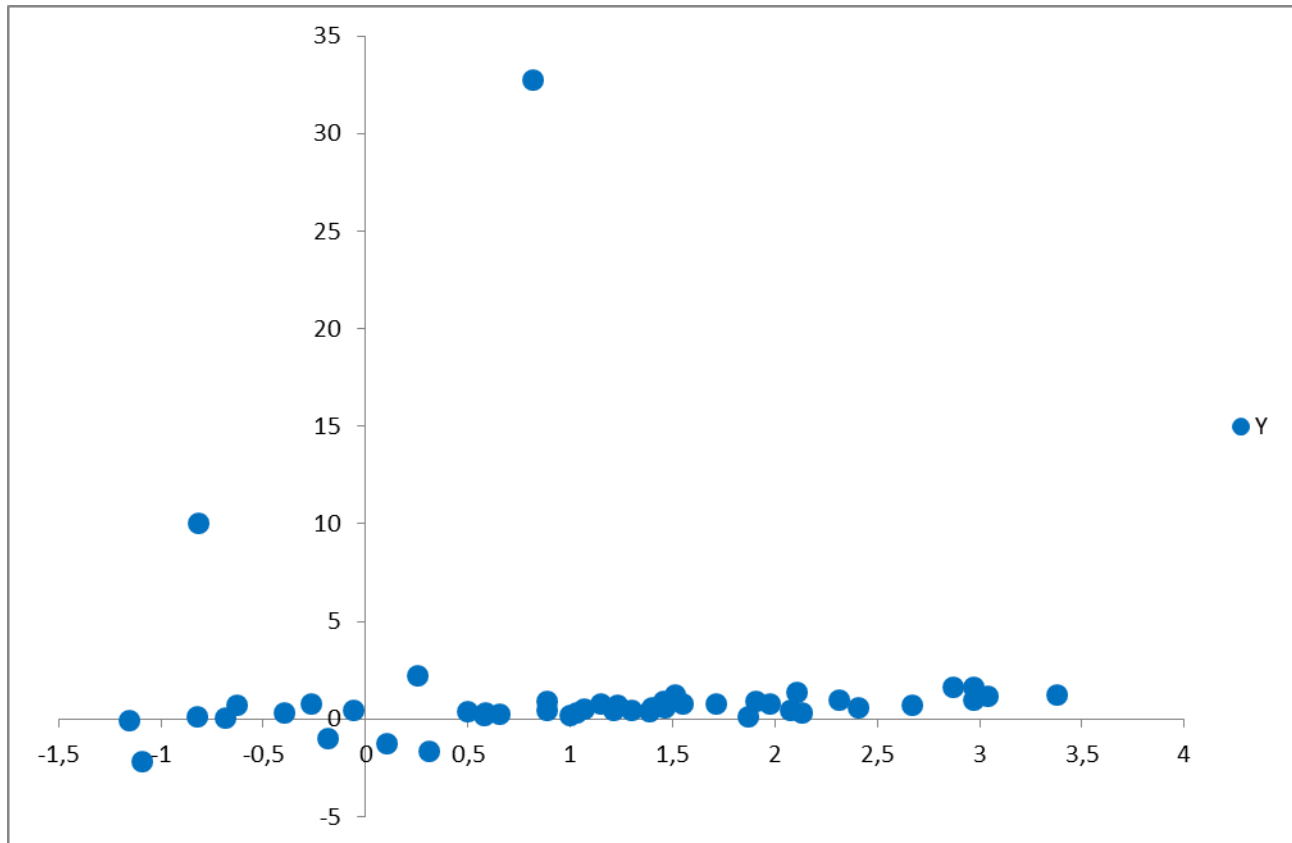
$$s = 0.5$$

$$A = 0.5$$

$$B = 0.2$$

Il grafico sottostante riporta la variabile regressore X nelle ascisse e la variabile indipendente Y nelle ordinate, è evidente l'impatto degli outlier.

Grafico 1:



Se stimiamo i parametri A e B con i minimi quadrati otteniamo:

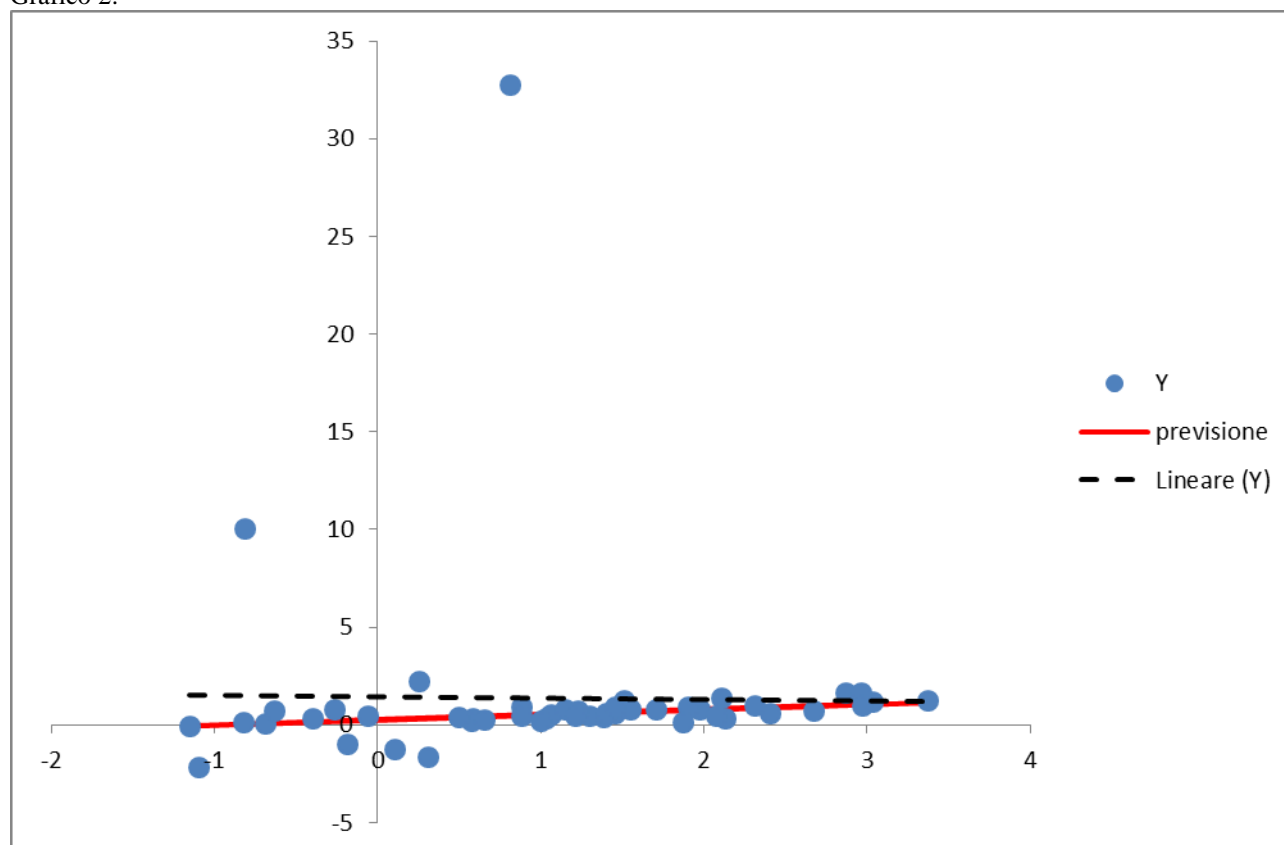
$A = 1.43$; $B = -0.07$ con un R^2 pari a 0.02% dunque saremmo portati a pensare che tra Y e X non sussista un significativo legame lineare.

Se stimiamo i parametri A e B con il metodo degli iperpiani otteniamo:

$A = 0.26$; $B = 0.27$ l' R^2 in questo caso non ha senso in quanto il metodo degli iperpiani non assume la normalità dell'errore, provvederemo in seguito a fornire degli indici robusti per la bontà del fitting lineare.

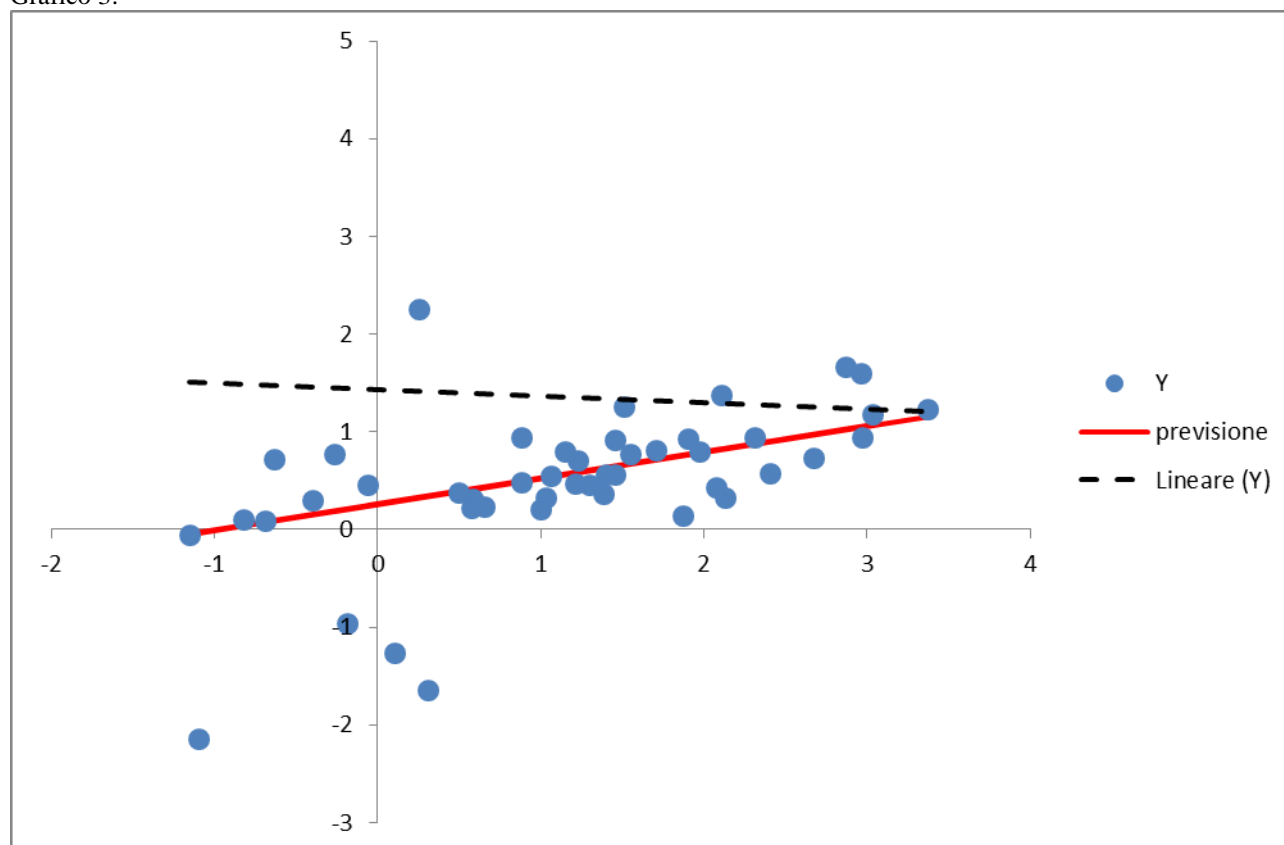
Comunque possiamo osservare fin da ora come il metodo degli iperpiani abbia stimato una retta molto più simile a quella "vera" inserita nei parametri della simulazione, ovverosia $A=0.5;B=0.2$; osserviamo adesso il fitting dei due metodi sul grafico:

Grafico 2:



La retta continua denominata “previsione” è la retta identificata con il metodo degli iperpiani, mentre la retta tratteggiata denominata “Lineare” è quella individuata con i minimi quadrati; la scala del grafico, a causa dell’outlier più pesante non fa apprezzare la relazione lineare tra Y ed X, proviamo adesso a limitare l’asse delle ordinate al valore 5:

Grafico 3:

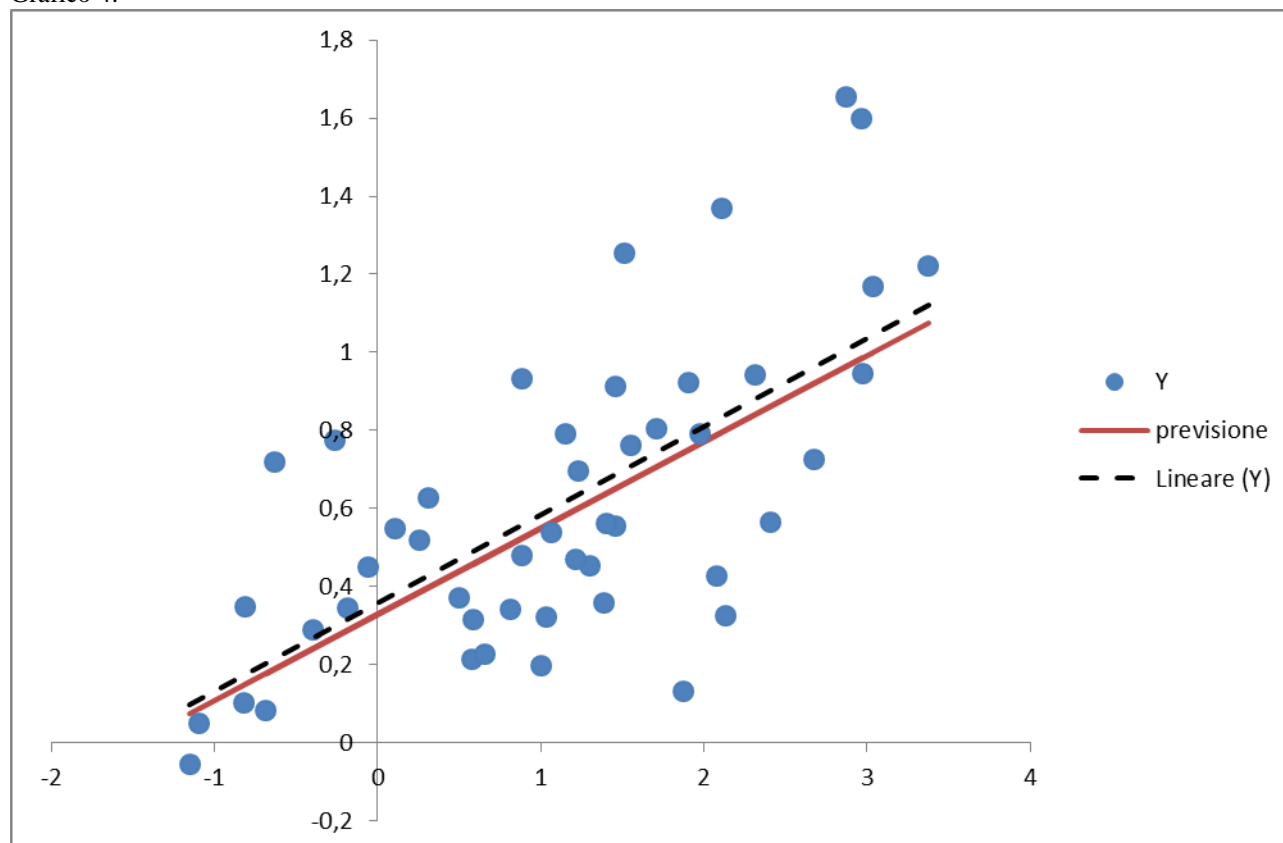


Come possiamo vedere l'impatto degli outlier è notevole anche se si escludono dal grafico i due più grandi. Vediamo inoltre come la retta dei minimi quadrati sia completamente estranea al vero trend lineare, mentre quella del metodo degli iperpiani interpoli i dati piuttosto bene.

Questo ci fa apprezzare molto bene le differenze concettuali tra i due metodi, infatti il metodo dei minimi quadrati ha come obiettivo quello di minimizzare appunto la somma degli errori al quadrato, e quindi in presenza di outlier (e quindi di una devianza totale concentrata su poche osservazioni) la stima si concentrerà su questi ultimi, allontanandosi dal corpo centrale della distribuzione.

Vediamo adesso invece come si sarebbero comportati i due metodi se l'errore fosse stato esclusivamente gaussiano, ovvero sia escludendo la parte di salto J nella simulazione, descritta in precedenza.

Grafico 4:



Se stimiamo i parametri A e B con i minimi quadrati otteniamo:

$A = 0.36$; $B = 0.23$ con un R^2 pari a 45,77% dunque tra Y e X sussiste un significativo legame lineare.

Se stimiamo i parametri A e B con il metodo degli iperpiani otteniamo:

$A = 0.33$; $B = 0.22$ l' R^2 anche in questo caso non avrebbe senso in quanto il metodo degli iperpiani non assume la normalità dell'errore, ma può essere comunque utile per avere un confronto diretto con il metodo dei minimi quadrati, l' R^2 del metodo degli iperpiani è pari a 44,90%.

Come si vede in caso di errore gaussiano i due metodi tendono a coincidere, otteniamo infatti due rette di interpolazione molto vicine tra loro (impossibile dire quale delle 2 sia più vicina alla retta "vera" della simulazione) nonché degli R^2 praticamente identici.

Questo non deve stupire perché, come puntualizzato in precedenza, il metodo degli iperpiani identifica una retta che rappresenta la mediana dell'osservazione, mentre il metodo dei minimi quadrati identifica una retta che rappresenta la media dell'osservazione, e come noto in una distribuzione normale media e mediana coincidono.

Adesso si presenteranno alcuni indici di bontà di adattamento per il metodo degli iperpiani, dovranno essere indici robusti tali da non essere distorti da asimmetria e curtosi generate dagli outlier.

Si preferisce evitare indici basati sulla somma degli errori assoluti in quanto anch'essi, sebbene più robusti dell' R^2 , potrebbero venire distorti dagli outlier.

Innanzitutto identifichiamo il modello nullo con il quale confrontare la retta ottenuta con il MDIP, avendo:

$$\text{mediana}(Y) = A + BX$$

se X fosse indipendente da Y avremmo un parametro $B = 0$ e dunque

$$\text{mediana}(Y) = A$$

quindi il modello nullo è costituito dalla mediana delle osservazioni Y

quindi per ottenere indicatori di bontà di adattamento per il MDIP dovremo confrontare gli errori del modello

$$\text{mediana}(Y) = A + BX$$

ovvero

$$\text{err}(X) = Y - (A + BX)$$

contro gli errori del modello nullo

ovvero

$$\text{err}(\text{null}) = Y - \text{mediana}(Y)$$

riportiamo sotto i quantili per gli errori del modello lineare e del modello nullo ai fini di un confronto:

Percentile	err(X)	err(null)
100%	32,26	32,18
95%	1,47	1,48
87,5%	0,59	0,71
75%	0,21	0,37
50%	-	-
25%	0,21	0,25
12,5%	0,40	0,46
5%	1,43	1,72
0%	2,12	2,71

Come si vede la mediana è nulla per tutti e due gli errori e così doveva essere in quanto tali errori sono calcolati sottraendo da ogni Y il suo valore mediano.

Questa tabella ci permette di apprezzare anche l'asimmetria della distribuzione dell'errore e della potenza informativa del regressore X, si vede infatti come il percentile 75% che rappresenta la mediana degli errori di segno positivo introducendo il regressore X passi da 0.37 a 0.21 per una contrazione del -42.79% (altamente significativa) mentre il percentile 25% passi da -0.25 a -0.21 per una contrazione del -16.54% (significativa ma ovviamente in misura minore), si può dire quindi che l'informatività del regressore X sia più incisiva sulla coda destra che non su quella sinistra della variabile dipendente Y.

Lo stesso vale anche se in misura minore se confrontiamo i percentili 87.5% (equivalente al percentile 75% degli errori di segno positivo) e 12.5% (equivalente al percentile 25% degli errori di segno negativo) che passano rispettivamente da 0.71 a 0.59 (contrazione del -17.29%) e da 0.46 a 0.40 (contrazione del -12.97%).

Il percentile 100% ovvero il massimo delle osservazioni invece ha un leggero aumento, passando da 32.18 per l'errore nullo a 32.26 per err(X); questo risultato non deve sorprendere in quanto il valore massimo di Y è il più grande degli outlier e quindi il valore più lontano dal corpo centrale della distribuzione ed è quindi naturale che venga "snobbato" dalla stima MDIP, nel metodo dei minimi quadrati invece il massimo di Y genera l'errore più grande attirando verso di sé la stima MQ che andando ad "inseguire" il valore più distante dalla tendenza centrale finisce per fornire una stima distorta come evidente nel grafico 3.

Il percentile 0% ovvero il minimo delle osservazioni invece ha un leggero decremento passando da -2.71 a 2.12, questo avviene perché in questo caso il massimo outlier in valore assoluto ha segno positivo, se il massimo outlier avesse avuto segno positivo avremmo potuto osservare un incremento del percentile 0% tra l'errore nullo ed err(X).

In conclusione per quel che riguarda gli errori osservati gli indici di bontà di adattamento più robusti sono costituiti da:

$$\frac{\text{Percentil}(75\%;err(X))}{\text{Percentil}(75\%;err(null))} - 1$$

e

$$\frac{\text{Percentil}(25\%;err(X))}{\text{Percentil}(25\%;err(null))} - 1$$

I quali permettono di apprezzare anche eventuali asimmetrie nella distribuzione dell'errore e dell'informatività dei regressori, una soglia di significatività per questi indici potrebbe essere posta -5%, ovvero potremmo dire che il regressore X spiega in modo significativo la variabile dipendente Y quando almeno uno dei due indici sopra introdotti presenta un valore inferiore a -5%.

E' importante puntualizzare che se uno dei due indicatori assumesse valori > 0 significherebbe che il regressore X aumenta la volatilità destra o sinistra di Y, in questo caso allora converrebbe costruire un indice basato sul confronto degli errori assoluti.

Indicatori basati sulla distribuzione degli errori assoluti (per esempio il MAD), sono immuni agli outlier, ma non tengono conto di eventuali asimmetrie nella distribuzione degli errori, ma comunque in situazioni di dubbio come quella descritta al precedente capoverso possono costituire un utile strumento di decisione.

Riportiamo subito sotto i percentili dei valori assoluti dell'errore lineare $err(X)$ e dell'errore nullo.

Percentile	$ err(X) $	$ err(null) $
100%	32,26	32,18
95%	2,07	2,53
87,5%	1,23	1,55
75%	0,56	0,63
50%	0,21	0,34
25%	0,09	0,18
12,5%	0,06	0,10
5%	0,01	0,01
0%	0,01	0,00

La mediana degli errori assoluti viene chiamata MAD (Median Absolute Deviation) e come possiamo vedere tale valore passando dall'errore nullo assoluto $|err(null)|$ all'errore lineare assoluto $|err(X)|$ passa da 0.34 a 0.21 per una contrazione di -38.06% (quindi altamente significativa), quindi un indice robusto basato sul confronto degli errori assoluti è:

$$\frac{\text{Median}(|err(X)|)}{\text{Median}(|err(null)|)} - 1$$

Per il quale una soglia di significatività potrebbe essere posta a -5%.

E' interessante notare che il massimo ed il minimo degli errori assoluti (percentile 100% e 0%) subiscono un piccolo incremento nell'errore lineare rispetto all'errore nullo:

per il massimo vale la stessa argomentazione illustrata per la distribuzione degli errori con segno, mentre per il minimo la spiegazione risiede nel fatto che nel modello nullo la previsione è costituita dalla mediana dei dati, quindi l'errore assoluto minimo è costituito dall'osservazione che coincide con la mediana.

Tutti i percentili ad eccezione del massimo e del minimo comunque subiscono contrazioni significative passando dall'errore nullo a quello lineare, dimostrando l'efficacia del regressore X nel prevedere la variabile dipendente Y.

Nel seguito dell'articolo viene presentato un modello comportamentale per l'elasticità e la vischiosità delle poste a vista, per stimare i parametri del quale useremo sia l'usuale metodo dei minimi quadrati che il metodo degli iperpiani descritto in questo articolo.

Poste a vista: modellazione di elasticità e vischiosità

1) Il modello per il tasso banca

L'equazione del modello è

Equazione 1:

$$Y_t^B = A + BY_{t-1}^B + CY_t^M + \varepsilon_t$$

dove

$$Y_t^B$$

è il tasso applicato dalla banca al tempo t

$$Y_t^M$$

è il tasso di mercato al tempo t

$$\varepsilon_t$$

è l'errore di previsione al tempo t.

L'equazione descrive una relazione di breve periodo tra il tasso banca ed il tasso di mercato, nella quale il parametro A è un'intercetta, il parametro B esprime la vischiosità, ovvero quanto il tasso banca al tempo t dipende dal tasso banca al tempo t-1, mentre il parametro C esprime l'elasticità nel breve periodo, ovvero quanto il tasso banca al tempo t dipende dal tasso di mercato al tempo t.

Il parametro B merita una menzione a parte, infatti questo parametro modella il comportamento del modello nel lungo periodo, infatti se $0 < B < 1$ il modello risulta essere stazionario, ovvero permette di specificare una distribuzione di probabilità di lungo periodo, altrimenti non sarebbe possibile fare previsioni al divergere del tempo t.

Se nella equazione 1 si sostituisce l'espressione del tasso banca al tempo t-1 otteniamo:

$$Y_t^B = A + B(A + BY_{t-2}^B + CY_{t-1}^M + \varepsilon_{t-1}) + CY_t^M + \varepsilon_t$$

$$Y_t^B = A(B^0 + B^1) + C(B^1 Y_{t-1}^M + B^0 Y_t^M) + B^2 Y_{t-2}^B + B^1 \varepsilon_{t-1} + B^0 \varepsilon_t$$

$$Y_t^B = A \sum_{h=0}^1 B^h + C \sum_{h=0}^1 B^h Y_{t-h}^M + B^2 Y_{t-2}^B + \sum_{h=0}^1 B^h \varepsilon_{t-h}$$

Abbiamo quindi espresso il tasso banca al tempo t in funzione del tasso banca al tempo t-2, del tasso di mercato ai tempi t e t-1, nonché degli errori di previsione ai tempi t e t-1; se ripetiamo questo procedimento con i tassi banca da t-2 fino a 0 si ottiene:

Equazione 2:

$$Y_t^B = A \sum_{h=0}^{t-1} B^h + C \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M + B^t Y_0^B + \sum_{h=0}^{t-1} B^h \varepsilon_{t-h}$$

Che esprime il tasso banca al tempo t in funzione del tasso banca al tempo 0, della serie storica dei tassi di mercato dal tempo 1 al tempo t, ed infine degli errori di previsione dal tempo 1 al tempo t.

Adesso ricordando che se $0 < B < 1$ si ha:

Equazione 3:

$$\sum_{h=0}^{t-1} B^h = \frac{(1 - B^t)}{(1 - B)}$$

trasformiamo l'equazione 2 tramite un prodotto telescopico:

$$Y_t^B = A \frac{(1 - B^t)}{(1 - B)} + C \frac{(1 - B^t)}{(1 - B^t)} \frac{(1 - B)}{(1 - B)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M + B^t Y_0^B + \sum_{h=0}^{t-1} B^h \varepsilon_{t-h}$$

$$Y_t^B = (1 - B^t) \left[\frac{A}{(1 - B)} + \frac{C}{(1 - B)} \frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M \right] + B^t Y_0^B + \sum_{h=0}^{t-1} B^h \varepsilon_{t-h}$$

ricordando l'equazione 3 osserviamo che:

$$\frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h = \frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} \frac{(1 - B^t)}{(1 - B)} = 1$$

dunque se $0 < B < 1$ allora i pesi

$$\frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} B^h; h = 0, \dots, t-1$$

sono una distribuzione di probabilità e quindi possiamo interpretare la quantità:

$$\frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M$$

come una media ponderata, di tipo exponential smoothing, dei tassi di mercato delle epoche da 1 a t che indicheremo in seguito con tasso di mercato fondamentale (TMF), in quanto interpolando il tasso di mercato in lunghi periodi questa quantità viene nettata dai movimenti erratici di breve periodo rivelando la tendenza fondamentale del tasso di mercato; come si intuisce dall'espressione maggiore sarà il parametro di vischiosità B e più persistente sarà l'influenza dei tassi di mercato passati sul TMF.

Ponendo

$$\frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M = \bar{Y}_t^M$$

Si può scrivere

Equazione 4:

$$Y_t^B = (1 - B^t) \left[\frac{A}{(1 - B)} + \frac{C}{(1 - B)} \bar{Y}_t^M \right] + B^t Y_0^B + \sum_{h=0}^{t-1} B^h \varepsilon_{t-h}$$

Dunque la previsione di Y_t^B può essere interpretata come una media ponderata tra il valore al tempo 0 del tasso banca ed una funzione lineare del TMF \bar{Y}_t^M , quest'ultima relazione lineare, come vedremo tra poco, esprime l'elasticità del tasso banca rispetto al tasso di mercato nel lungo periodo.

Ipotizzando che esista un valore stazionario di lungo periodo del tasso di mercato Y_∞^M facendo tendere $t \rightarrow \infty$ si ha

$$Y_\infty^B = \frac{A}{(1 - B)} + \frac{C}{(1 - B)} Y_\infty^M$$

Dunque se $0 < B < 1$ possiamo per ogni epoca t , interpretare la quantità

$$\bar{Y}_t^B = \frac{A}{(1 - B)} + \frac{C}{(1 - B)} \bar{Y}_t^M$$

Come valore di equilibrio in t del tasso banca.

Il valore stazionario di lungo periodo del tasso di mercato Y_∞^M altro non è che il limite per t che tende all'infinito del TMF \bar{Y}_t^M infatti anche per t infinito il TMF continua ad essere interpretabile come una media ponderata della serie storica dei tassi da 1 a infinito, infatti se $0 < B < 1$ i pesi:

$$(1 - B)B^h; h = 0, \dots, \infty$$

costituiscono ancora una distribuzione di probabilità, infatti se $0 < B < 1$ si ha:

$$(1 - B) \sum_{h=0}^{\infty} B^h = (1 - B) \frac{1}{(1 - B)} = 1$$

quindi la quantità TMF non perde di significato al divergere di t , ricordando l'equazione 3 si ha per $0 < B < 1$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{Y}_t^M = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(1 - B)}{(1 - B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M = (1 - B) \sum_{h=0}^{\infty} B^h Y_\infty^M = Y_\infty^M (1 - B) \sum_{h=0}^{\infty} B^h = Y_\infty^M$$

2) Il modello per il tasso di mercato

Per stabilire se il TMF ammetta o meno un valore stazionario dobbiamo stimare un modello auto regressivo su di esso; l'equazione che specifica tale modello è:

Equazione 5:

$$\bar{Y}_t^M = A_M + B_M \bar{Y}_{t-1}^M + z_t$$

Tale modello è in tutto e per tutto uguale al modello del tasso banca specificato dall'equazione 1, con 2 sole differenze:

- 1) la variabile dipendente non è più il tasso banca ma il TMF
- 2) Il termine C è nullo

I parametri A e B sono stati apicettati con M e l'errore è stato rinominato z per non creare confusione con il modello del tasso banca.

Quindi come per il tasso banca l'equazione 1 veniva trasformata nell'equazione 4, per il TMF l'equazione 5 può essere trasformata in

Equazione 6:

$$\bar{Y}_t^M = (1 - B_M^t) \left[\frac{A_M}{(1 - B_M)} \right] + B_M^t Y_0^M + \sum_{h=0}^{t-1} B_M^h z_{t-h}$$

dove facendo tendere t a $+\infty$, la componente non erratica otteniamo, per $0 < B_M < 1$

$$Y_{\infty}^M = \bar{Y}_{\infty}^M = \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{Y}_t^M = \frac{A_M}{(1 - B_M)}$$

Quindi abbiamo individuato il valore stazionario del TMF che serviva per calcolare il valore stazionario del tasso banca e quindi si può scrivere:

Equazione 7:

$$Y_{\infty}^B = \frac{A}{(1 - B)} + \frac{C}{(1 - B)} \frac{A_M}{(1 - B_M)}$$

3) Profilo di vischiosità

Ipotizziamo adesso che al tempo 0 il tasso banca sia in equilibrio, ovvero che:

$$Y_0^B = \frac{A}{(1 - B)} + \frac{C}{(1 - B)} Y_0^M$$

allora risulta:

$$\Delta Y_{\infty}^B = Y_{\infty}^B - Y_0^B = \frac{C}{(1 - B)} \left[\frac{A_M}{(1 - B_M)} - Y_0^M \right] = \frac{C}{(1 - B)} (Y_{\infty}^M - Y_0^M) = \frac{C}{(1 - B)} \Delta Y_{\infty}^M$$

e quindi:

$$\frac{\Delta Y_{\infty}^B}{\Delta Y_{\infty}^M} = \frac{C}{(1 - B)}$$

che identifica la pendenza della relazione di equilibrio tra tasso banca e TMF come elasticità di lungo periodo.

Ora ricordando l'equazione 3 per t che tende a $+\infty$ si può scrivere:

$$\frac{\Delta Y_{\infty}^B}{\Delta Y_{\infty}^M} = \frac{C}{(1 - B)} = C \sum_{h=0}^{\infty} B^h$$

$$\frac{\sum_{t=1}^{\infty} \Delta Y_t^B}{\Delta Y_{\infty}^M} = C \sum_{t=1}^{\infty} B^{t-1}$$

ed allora per ogni epoca t abbiamo:

$$\frac{\Delta Y_t^B}{\Delta Y_{\infty}^M} = C B^{t-1}$$

Le quantità $C B^{t-1}$ rappresentano la parte di variazione nel tasso di mercato che viene recepita dal tasso banca all'epoca t , ovviamente maggiore sarà il valore del parametro di vischiosità B (che ricordiamo deve essere compreso tra 0 e 1) e più lungo sarà il tempo di "aggiustamento" necessario al tasso banca per recepire l'intera variazione del tasso di mercato, il valore atteso di tale tempo è dato da:

$$\sum_{t=1}^{\infty} t(1 - B) B^{t-1} = \frac{1}{1 - B}$$

che è appunto una funzione crescente di B per $0 < B < 1$.

Poste a vista: applicazione ad una banca del Gruppo Etruria

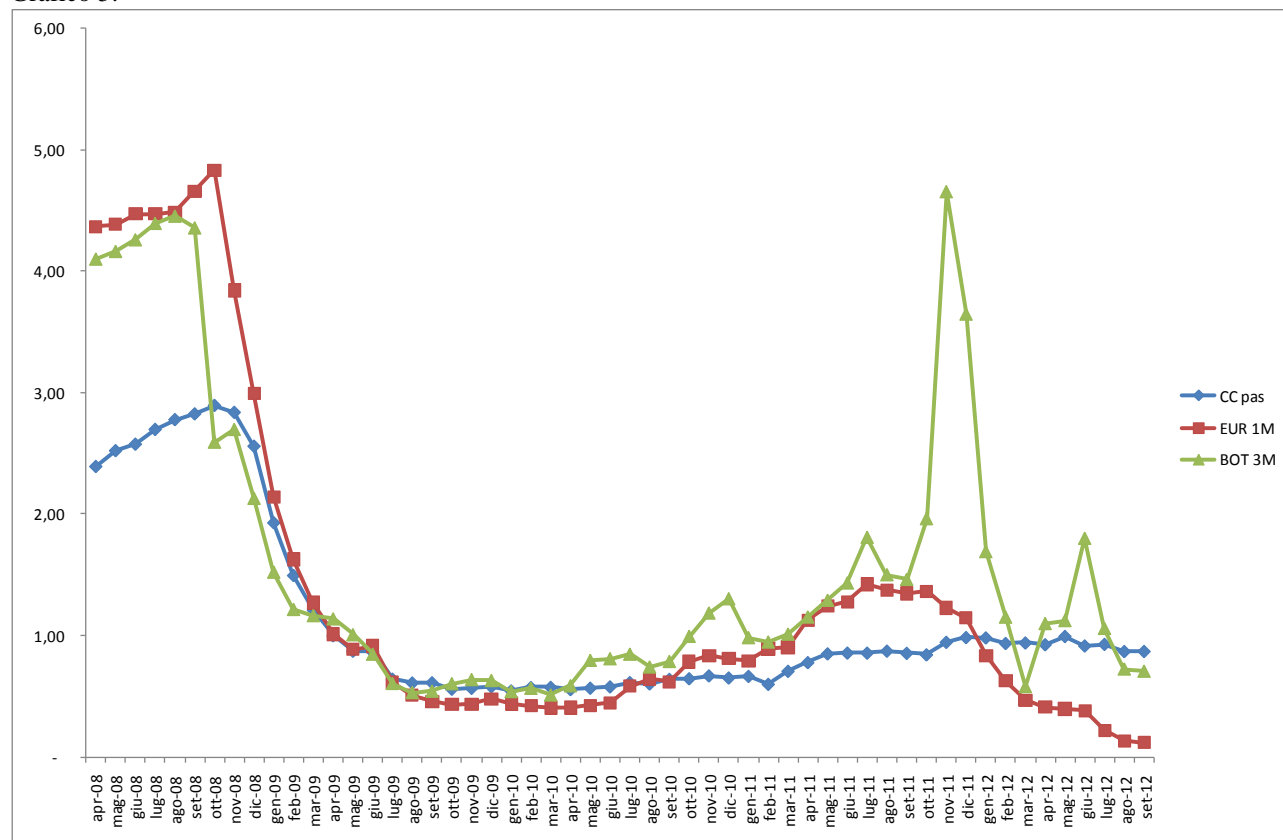
Adatteremo adesso il modello per le poste a vista descritto in precedenza ai CC passivi di una banca del Gruppo Banca Etruria, applicando come metodo di stima dei parametri sia il comune metodo dei minimi quadrati (MQ) che il metodo degli iperpiani (MDIP), inoltre proveremo ad usare come tasso di mercato sia l'euribor 1 mese che il bot a 3 mesi , per vedere quale dei due tassi spiega meglio il tasso dei cc passivi della banca.

data	CC pas	EUR 1M	BOT 3M
apr-08	2,39	4,37	4,10
mag-08	2,52	4,39	4,17
giu-08	2,58	4,47	4,26
lug-08	2,70	4,47	4,40
ago-08	2,78	4,49	4,46
set-08	2,82	4,66	4,36
ott-08	2,89	4,83	2,59
nov-08	2,84	3,84	2,70
dic-08	2,56	2,99	2,13
gen-09	1,93	2,14	1,52
feb-09	1,50	1,63	1,22
mar-09	1,21	1,27	1,16
apr-09	1,00	1,01	1,14
mag-09	0,87	0,88	1,01
giu-09	0,87	0,91	0,85
lug-09	0,64	0,61	0,61
ago-09	0,61	0,51	0,53
set-09	0,61	0,46	0,54
ott-09	0,56	0,43	0,60
nov-09	0,57	0,44	0,64
dic-09	0,58	0,48	0,63
gen-10	0,55	0,44	0,54
feb-10	0,57	0,42	0,57
mar-10	0,58	0,41	0,51
apr-10	0,56	0,40	0,59
mag-10	0,57	0,42	0,80
giu-10	0,58	0,45	0,81
lug-10	0,62	0,58	0,85
ago-10	0,60	0,64	0,74
set-10	0,64	0,62	0,79
ott-10	0,65	0,78	0,99
nov-10	0,67	0,83	1,19
dic-10	0,65	0,81	1,30
gen-11	0,67	0,79	0,98
feb-11	0,60	0,89	0,95
mar-11	0,71	0,90	1,01
apr-11	0,78	1,13	1,15
mag-11	0,85	1,24	1,29
giu-11	0,86	1,28	1,43
lug-11	0,86	1,42	1,81
ago-11	0,87	1,37	1,50
set-11	0,86	1,35	1,46
ott-11	0,84	1,36	1,96
nov-11	0,95	1,23	4,66
dic-11	0,99	1,14	3,65
gen-12	0,98	0,84	1,69
feb-12	0,94	0,63	1,15
mar-12	0,94	0,47	0,58
apr-12	0,93	0,41	1,10
mag-12	0,99	0,39	1,12
giu-12	0,92	0,38	1,80
lug-12	0,93	0,22	1,06
ago-12	0,87	0,13	0,72
set-12	0,87	0,12	0,71

Nella tabella sopra sono riportati i tassi applicati ai conti correnti passivi della banca (CC pass) l'euribor a 1 mese (EUR 1M) ed il bot a 3 mesi (BOT 3M), intesi come medie ponderate per giacenza del mese di riferimento.

Riportiamo sotto il grafico delle 3 serie storiche:

Grafico 5:



Nel grafico risulta evidente il differente comportamento dei tassi Euribor e bot nel corso dell’esercizio 2012. Applicheremo adesso parallelamente i metodi MQ ed MDIP, prima all’Euribor 1 mese e poi al BOT 3 mesi per cercare di capire se uno dei due tassi sia più efficace nella previsione del tasso dei cc passivi della banca.

Il modello applicato all’Euribor 1 mese

Si riportano subito sotto le stime MQ e le stime MDIP per il modello:

$$(CC\ pass)(t) = A + B(CC\ pass)(t-1) + C(EUR\ 1M)(t)$$

Ovvero il modello che spiega il tasso dei cc passivi all’epoca t sulla base del tasso dei cc passivi in t-1 e del tasso euribor 1 mese all’epoca t.

TASSO DI MERCATO:	Breve Periodo	
	MQ	MDIP
EUR_1M		
A	0,11	0,07
B	0,67	0,82
C	0,17	0,09

Le stime prodotte dai 2 metodi sono piuttosto distanti, infatti le stime MQ indicano una vischiosità più debole ed una elasticità nel breve più forte rispetto alle stime MDIP.

Entrambe i metodi hanno indici di fitting molto buoni, infatti le stime MQ hanno un R-quadro del 98,57% e tutti e tre i parametri risultano altamente significativi, ovvero sia A che B che C hanno una probabilità di essere nulli inferiore a 1 su 100.000 secondo il test T di Student.

Mentre per le stime MDIP riportiamo le tabelle dei percentili degli errori e degli errori assoluti del modello e del modello nullo “robusto”, ovvero il modello che adotta come valore atteso la semplice mediana della variabile cc pass:

pct	err modello	err nullo	dif mod/null-1
100,0%	0,129	2,032	-93,64%
99,0%	0,110	2,002	-94,48%
95,0%	0,082	1,931	-95,77%
87,5%	0,065	1,673	-96,11%
75,0%	0,031	0,130	-76,29%
50,0%	-	-	nd
25,0%	0,041	0,240	-83,03%
12,5%	0,106	0,283	-62,52%
5,0%	0,196	0,296	-33,66%
1,0%	0,371	0,309	19,81%
0,0%	0,440	0,315	39,93%
pct	errass modello	errass nullo	dif mod/null-1
100,0%	0,440	2,032	-78,32%
99,0%	0,371	2,002	-81,48%
95,0%	0,196	1,931	-89,83%
87,5%	0,123	1,673	-92,64%
75,0%	0,076	0,304	-74,81%
50,0%	0,036	0,220	-83,80%
25,0%	0,018	0,076	-76,01%
12,5%	0,004	0,011	-64,59%
5,0%	0,002	0,006	-64,81%
1,0%	0,001	0,004	-79,94%
0,0%	0,001	0,004	-79,94%

Come si vede anche con le stime MDIP i regressori consentono una notevole riduzione dell'errore di stima

E allora come decidere quale metodo adottare?

Proviamo a rispondere alla domanda con questo semplice ma robusto metodo:

Per ogni singola osservazione confrontiamo l'errore assoluto prodotto dai metodi MDIP e MQ calcolando il seguente indice:

$$\frac{\text{Errore_assolutoMDIP}}{\text{Errore_assolutoMQ}} - 1$$

Se tale indice avrà valori > 0 allora significa che per quella singola osservazione la stima MDIP ha prodotto un errore più piccolo della stima MQ e viceversa.

A questo punto fissiamo una soglia di significatività $\alpha > 0$ e contiamo le osservazioni per le quali l'indice di cui sopra ha un valore $< -\alpha$, tali osservazioni sono quelle dove il metodo MDIP ha prodotto un errore significativamente inferiore rispetto al metodo MQ, viceversa le osservazioni per le quali l'indice ha un valore $> \alpha$ sono quelle dove il metodo MQ ha prodotto un errore significativamente inferiore rispetto al metodo MDIP, infine gli indici con valore compreso tra $-\alpha$ e α identificano quelle osservazioni dove i metodi MDIP ed MQ hanno "pareggiato" producendo errori non significativamente differenti tra loro.

Ponendo $\alpha = 5\%$ otteniamo che sulle nostre 54 osservazioni il metodo MDIP produce un errore significativamente più piccolo in 33 casi, il metodo MQ risulta migliore in 19 casi mentre per 2 osservazioni gli errori dei due metodi non differiscono tra loro più del 5%.

Dunque il metodo MDIP ha la meglio nel 61,11% dei casi, se escludiamo dal totale i due casi di pareggio tale percentuale sale al 63,46%.

Per verificare se tale percentuale è statisticamente significativa costruiamo un semplice test statistico basato sulla distribuzione binomiale:

Se le stime MDIP e MQ non fossero significativamente differenti avremmo che la percentuale di casi dove il MDIP risulta migliore è pari al 50%, le osservazioni utili al test sono costituite dal totale osservazioni meno i casi di "pareggio" tra i due metodi ovvero $54 - 2 = 52$.

Quindi nell'ipotesi di indifferenza tra MDIP e MQ il numero di casi dove il MDIP produce un errore più piccolo si distribuisce come un variabile aleatoria binomiale con indice 52 e probabilità 50%; dunque adesso vogliamo sapere se il numero di casi dove il MDIP ha la meglio che abbiamo osservato cioè 33 è un valore coerente con la distribuzione binomiale precedentemente menzionata:

la probabilità che la distribuzione in ipotesi di indifferenza produca un valore maggiore di 33 è pari a 2,61%, quindi l'evidenza empirica ci dice che il numero di casi in cui il MDIP prevale è significativamente grande.

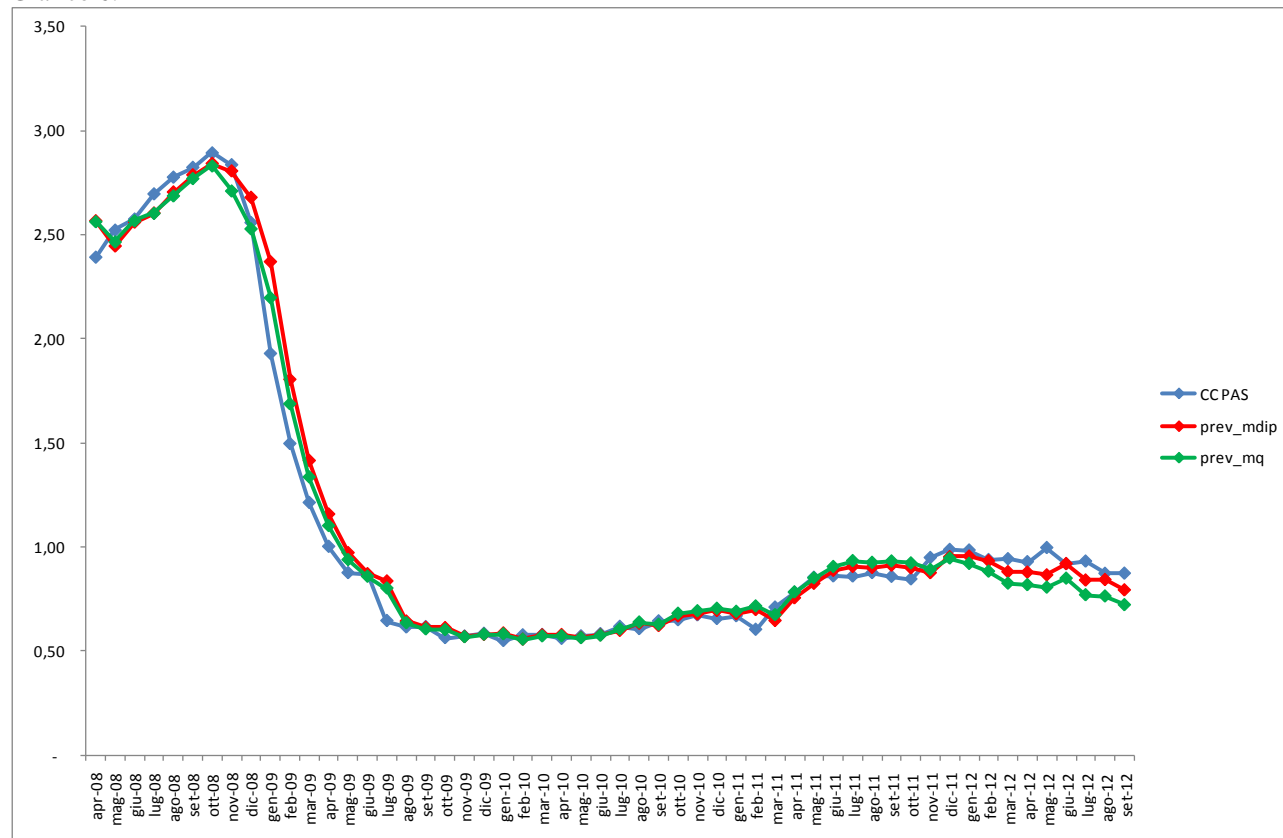
Un altro utile confronto tra i due metodi può essere la comparazione dei percentili degli errori assoluti:

pct	errass MDIP	errass MQ	dif MDIP/MQ-1
100,0%	0,440	0,269	63,62%
99,0%	0,371	0,228	62,34%
95,0%	0,196	0,178	10,00%
87,5%	0,123	0,135	-8,75%
75,0%	0,076	0,098	-22,26%
50,0%	0,036	0,051	-30,63%
25,0%	0,018	0,020	-10,58%
12,5%	0,004	0,008	-49,88%
5,0%	0,002	0,004	-47,12%
1,0%	0,001	0,002	-62,01%
0,0%	0,001	0,002	-60,04%

Come si vede gli errori assoluti del MDIP sono sempre inferiori fino al percentile 87,5%, in particolare la mediana dell'errore assoluto, meglio nota come MAD, del MDIP risulta inferiore del 30,63% a quella dei MQ; come ultima lettura di confronto riportiamo anche la media degli errori assoluti dei metodi MDIP e MQ che sono rispettivamente 0.0629 la prima e 0.0657 la differenza relativa tra le due medie è del 4,25% a favore del MDIP.

Riportiamo subito sotto il grafico del tasso cc passivi della banca con le previsioni MDIP e MQ:

Grafico 6:

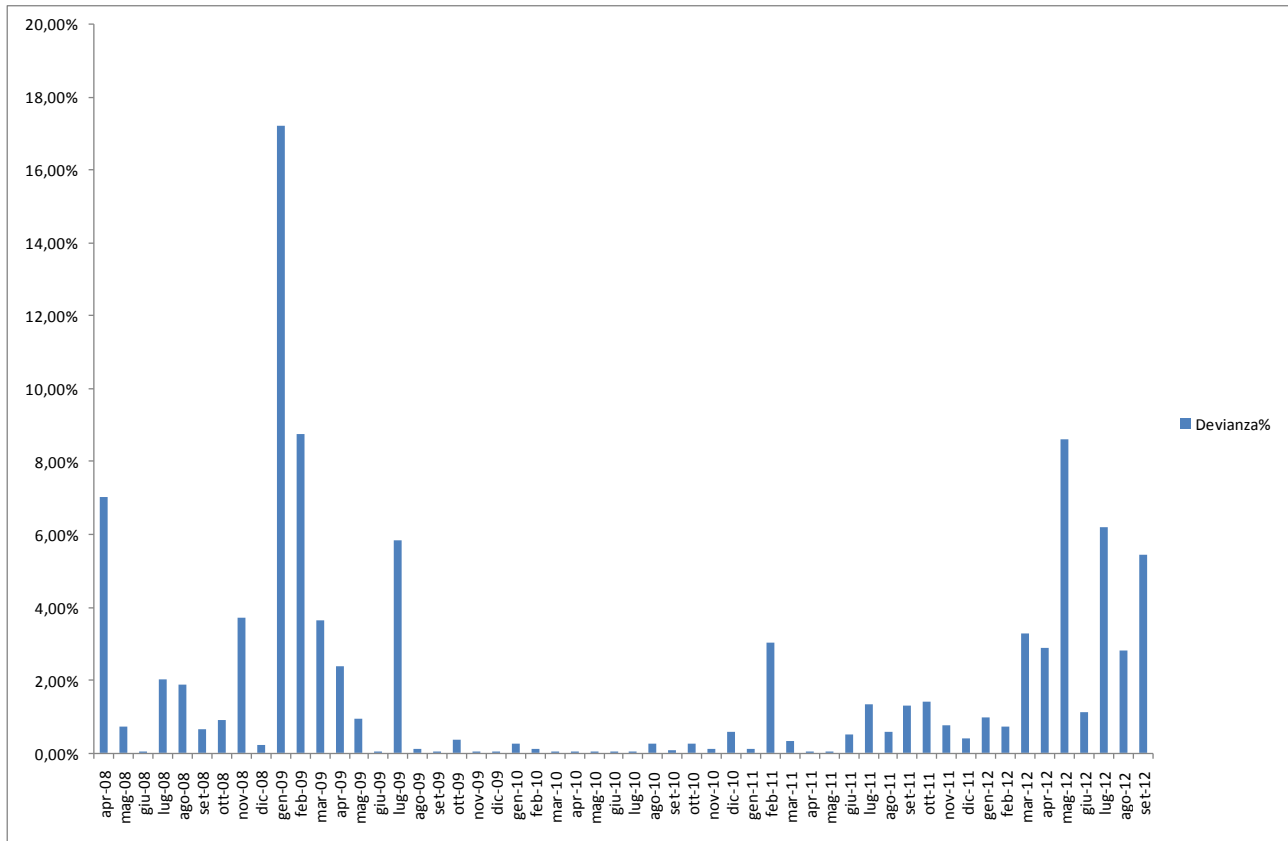


Come si vede nella maggior parte del caso, ed in particolar modo nel corso del 2012 le stime MDIP sono sempre più vicine ai dati reali rispetto alle stime MQ.

L'unico periodo dove le stime MQ sono continuamente più vicine ai dati osservati è quello che va da Dicembre 2008 a Maggio 2009, ovvero il periodo nel quale si verifica il violento abbattimento del tasso Euribor; questo improvviso e forte crollo del tasso di mercato ha distorto le stime MQ verso il basso, questo è successo perché il metodo MQ avendo come obiettivo la minimizzazione della somma degli errori quadratici tende a sbilanciare le stime verso le osservazioni più distanti dal corpo della distribuzione, quindi in presenza di outliers, questi ultimi possono "attirare" verso di sé le stime facendole allontanare dal corpo della distribuzione; questo problema non riguarda invece le stime MDIP che invece hanno come obiettivo proprio quello di passare nel mezzo al corpo della distribuzione delle osservazioni.

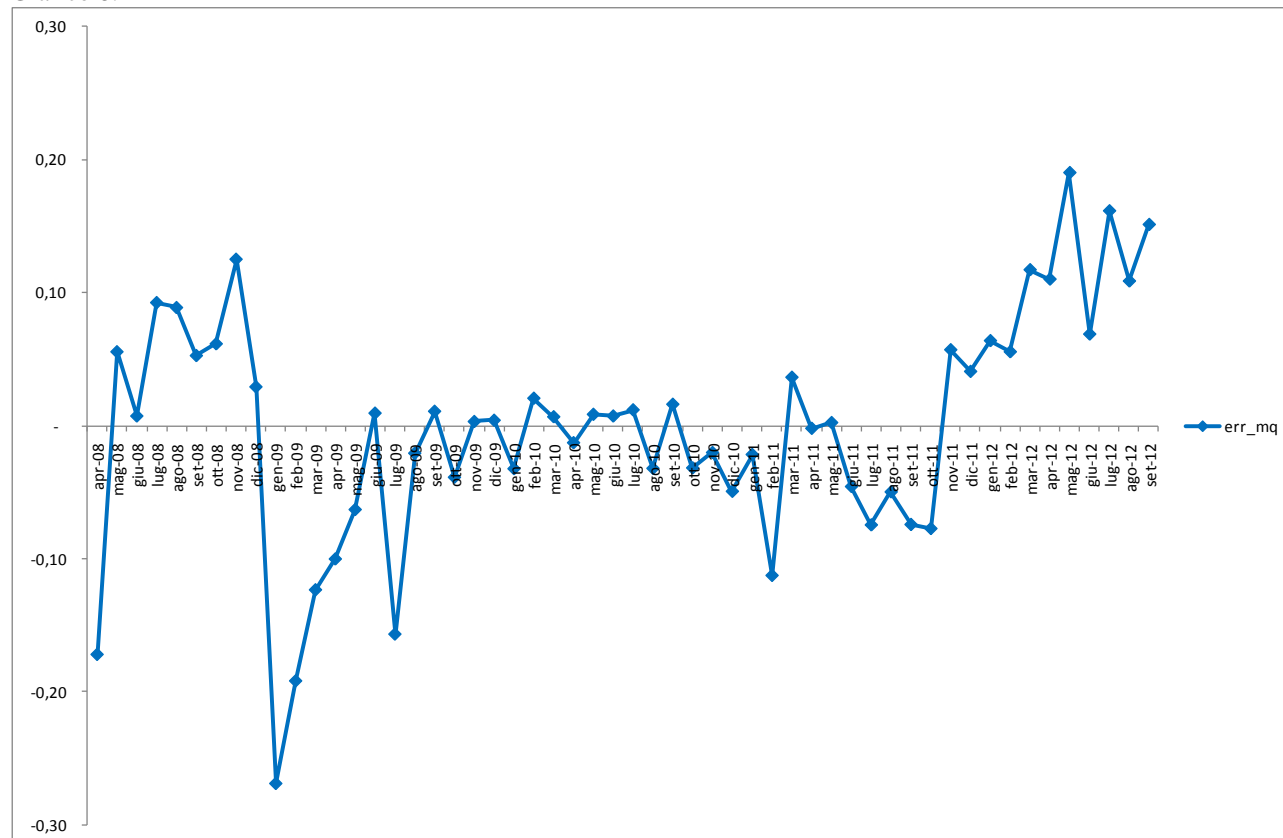
Si riporta sotto il grafico della ripartizione percentuale della devianza, come è possibile vedere su Gennaio 2009 è concentrato quasi il 18% della devianza totale, ovvero l'errore di stima presente a tale epoca rappresenta da solo il 18% della somma degli errori quadratici, ed è stato quindi capace di distorcere le stime MQ attirandole verso di sé.

Grafico 7:



Come si vede nel grafico sotto l'errore a Gennaio 2009 era di segno negativo, questo è infatti la principale causa della distorsione verso il basso delle stime MQ.

Grafico 8:



Vediamo adesso le relazioni di lungo periodo ed il profilo di vischiosità nonché i modelli di tasso di mercato che derivano dalle stime MDIP ed MQ.

TASSO DI MERCATO:	Breve Periodo	
	MQ	MDIP
EUR_1M		
A	0,11	0,07
B	0,67	0,82
C	0,17	0,09

Nel lungo periodo avevamo:

$$\bar{Y}_t^B = \frac{A}{(1-B)} + \frac{C}{(1-B)} \bar{Y}_t^M$$

dove

$$\bar{Y}_t^M = \frac{(1-B)}{(1-B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M$$

Prende il nome di TMF (Tasso di Mercato Fondamentale)

Dunque i parametri di lungo periodo sono

TASSO DI MERCATO:	Lungo Periodo	
	MQ	MDIP
EUR_1M		
A/(1-B)	0,35	0,38
C/(1-B)	0,52	0,53

Nel lungo periodo dunque i parametri stimati dai due metodi sono molto simili.

Riguardo al TMF invece notiamo che il MDIP stimando un parametro di vischiosità B più elevato portano ad un TMF più smussato, dove i tassi passati hanno una persistenza maggiore, .

Vediamo adesso la vischiosità:

ricordiamo che il tempo medio necessario al tasso banca per recepire la variazione del tasso di mercato è dato da:

$$\sum_{t=1}^{\infty} t(1-B)B^{t-1} = \frac{1}{1-B}$$

Tale tempo medio, che ricordiamo essere espresso in mesi, è pari a 3,05 per i MQ ed a 5,57 per il MDIP, confermando il fatto che il MDIP stima una vischiosità più elevata.

Si riportano sotto i profili di vischiosità MQ ed MDIP per i primi 12 mesi:

Mese	EUR_1M_MQ	EUR_1M_MDIP
1	32,75%	17,95%
2	22,02%	14,73%
3	14,81%	12,08%
4	9,96%	9,91%
5	6,70%	8,14%
6	4,51%	6,68%
7	3,03%	5,48%
8	2,04%	4,49%
9	1,37%	3,69%
10	0,92%	3,03%
11	0,62%	2,48%
12	0,42%	2,04%
residuo	0,86%	9,31%

Come evidente il MDIP stima un adeguamento del tasso banca al tasso di mercato molto più lento, infatti secondo i MQ nel primo mese il tasso banca riceve il 32,75% della variazione del tasso di mercato, mentre secondo il MDIP questa quantità scende al 17,95%, ed infine dopo 12 mesi per i MQ il residuo della variazione del tasso di mercato che deve ancora trasmettersi al tasso banca è solo lo 0,86% mentre per il MDIP è questo residuo è ancora pari al 9,31% .

Il confronto tra le stime MDIP ed MQ ha dimostrato che le prime si dimostrano più esatte, venendo meno distorte dagli outliers verificatisi nel periodo Dicembre 2008 – Maggio 2009 durante il quale ha avuto luogo un violento abbassamento del tasso di mercato Euribor 1 mese.

Dunque possiamo dire che il metodo MQ avrebbe portato ad una notevole sottostima della vischiosità e ad una notevole sovrastima dell'elasticità di breve periodo.

Il modello applicato al BOT 3 mesi

Si riportano subito sotto le stime MQ e le stime MDIP per il modello:

$$(CC\ pass)(t) = A + B(CC\ pass)(t-1) + C(BOT\ 3M)(t)$$

Ovvero il modello che spiega il tasso dei cc passivi all'epoca t sulla base del tasso dei cc passivi in t-1 e del tasso BOT 3 mesi all'epoca t.

TASSO DI MERCATO:	Breve Periodo	
	MQ	MDIP
BOT_3M		
A	0,00	0,05
B	0,85	0,85
C	0,09	0,06

Le stime prodotte dai 2 metodi sono molto vicine per quel che riguarda la vischiosità, mentre riguardo all'elasticità di breve periodo il MDIP stima una relazione meno forte rispetto ai MQ.

Entrambe i metodi hanno indici di fitting molto buoni, infatti le stime MQ hanno un R-quadro del 98,05% e tutti e tre i parametri risultano altamente significativi, ovvero sia A che B che C hanno una probabilità di essere nulli inferiore a 1 su 100.000 secondo il test T di Student.

Per le stime MDIP riportiamo le tabelle dei percentili degli errori e degli errori assoluti del modello e del modello nullo "robusto", ovvero il modello che adotta come valore atteso la semplice mediana della variabile cc pass:

pct	err modello	err nullo	dif mod/nul -1
100%	0,30	2,03	-85,30%
99%	0,25	2,00	-87,62%
95%	0,18	1,93	-90,47%
87,5%	0,11	1,67	-93,52%
75%	0,04	0,13	-70,75%
50%	-	-	nd
25%	0,04	0,24	-83,64%
12,50%	0,08	0,28	-70,06%
5%	0,17	0,30	-41,01%
1%	0,31	0,31	1,72%
0%	0,38	0,31	19,77%

pct	errass modello	errass nullo	dif mod/nul -1
100%	0,38	2,03	-81,44%
99%	0,34	2,00	-83,24%
95%	0,22	1,93	-88,48%
87,5%	0,18	1,67	-89,47%
75%	0,09	0,30	-69,87%
50%	0,04	0,22	-81,35%
25%	0,01	0,08	-82,53%
12,5%	0,01	0,01	-49,10%
5%	0,00	0,01	-80,82%
1%	0,00	0,00	-83,83%
0%	0,00	0,00	-83,83%

Anche in questo caso procediamo al confronto MQ-MDIP con i metodi usati in precedenza:

Per ogni singola osservazione confrontiamo l'errore assoluto prodotto dai metodi MDIP e MQ calcolando il seguente indice:

$$\frac{\text{Errore_assolutoMDIP}}{\text{Errore_assolutoMQ}} - 1$$

Se tale indice avrà valori > 0 allora significa che per quella singola osservazione la stima MDIP ha prodotto un errore più piccolo della stima MQ e viceversa.

A questo punto fissiamo una soglia di significatività $\alpha > 0$ e contiamo le osservazioni per le quali l'indice di cui sopra ha un valore < - α , tali osservazioni sono quelle dove il metodo MDIP ha prodotto un errore significativamente inferiore rispetto al

metodo MQ, viceversa le osservazioni per le quali l'indice ha un valore $> \alpha$ sono quelle dove il metodo MQ ha prodotto un errore significativamente inferiore rispetto al metodo MDIP, infine gli indici con valore compreso tra $-\alpha$ e α identificano quelle osservazioni dove i metodi MDIP ed MQ hanno "pareggiato" producendo errori non significativamente differenti tra loro.

Ponendo $\alpha = 5\%$ otteniamo che sulle nostre 54 osservazioni il metodo MDIP produce un errore significativamente più piccolo in 34 casi, il metodo MQ risulta migliore in 18 casi mentre per 2 osservazioni gli errori dei due metodi non differiscono tra loro più del 5%.

Dunque il metodo MDIP ha la meglio nel 62,96% dei casi, se escludiamo dal totale i due casi di pareggio tale percentuale sale al 65,38%.

Per verificare se tale percentuale è statisticamente significativa costruiamo un semplice test statistico basato sulla distribuzione binomiale:

Se le stime MDIP e MQ non fossero significativamente differenti avremmo che la percentuale di casi dove il MDIP risulta migliore è pari al 50%, le osservazioni utili al test sono costituite dal totale osservazioni meno i casi di "pareggio" tra i due metodi ovvero $54 - 2 = 52$.

Quindi nell'ipotesi di indifferenza tra MDIP e MQ il numero di casi dove il MDIP produce un errore più piccolo si distribuisce come un variabile aleatoria binomiale con indice 52 e probabilità 50%; dunque adesso vogliamo sapere se il numero di casi dove il MDIP ha la meglio che abbiamo osservato cioè 34 è un valore coerente con la distribuzione binomiale precedentemente menzionata:

la probabilità che la distribuzione in ipotesi di indifferenza produca un valore maggiore di 34 è pari a 1,33%, quindi l'evidenza empirica ci dice che il numero di casi in cui il MDIP prevale è significativamente grande.

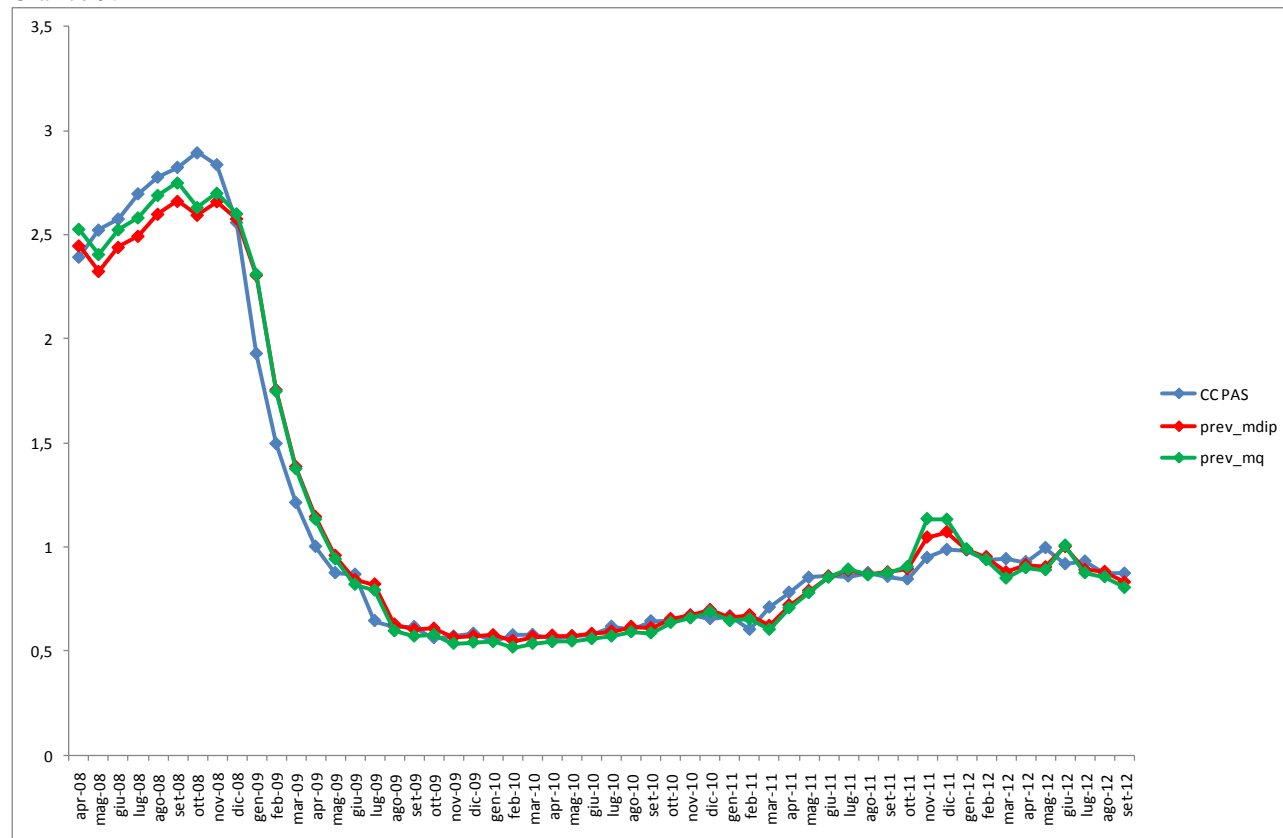
Un altro utile confronto tra i due metodi può essere la comparazione dei percentili degli errori assoluti:

pct	errass MDIP	errass MQ	dif MDIP/MQ -1
100%	0,38	0,38	-1,36%
99%	0,34	0,32	5,46%
95%	0,22	0,21	5,48%
87,5%	0,18	0,14	26,04%
75%	0,09	0,10	-10,45%
50%	0,04	0,05	-19,01%
25%	0,01	0,02	-40,65%
12,5%	0,01	0,01	-58,69%
5%	0,00	0,01	-83,43%
1%	0,00	0,00	-77,65%
0%	0,00	0,00	-70,97%

Come si vede gli errori assoluti del MDIP sono sempre inferiori fino al percentile 75%, in particolare la mediana dell'errore assoluto, meglio nota come MAD, del MDIP risulta inferiore del 19,01% a quella dei MQ; come ultima lettura di confronto riportiamo anche la media degli errori assoluti dei metodi MDIP e MQ che sono rispettivamente 0.0721 la prima e 0.0732 la differenza relativa tra le due medie è del 1,47% a favore del MDIP.

Riportiamo subito sotto il grafico del tasso cc passivi della banca con le previsioni MDIP e MQ:

Gráfico 9:

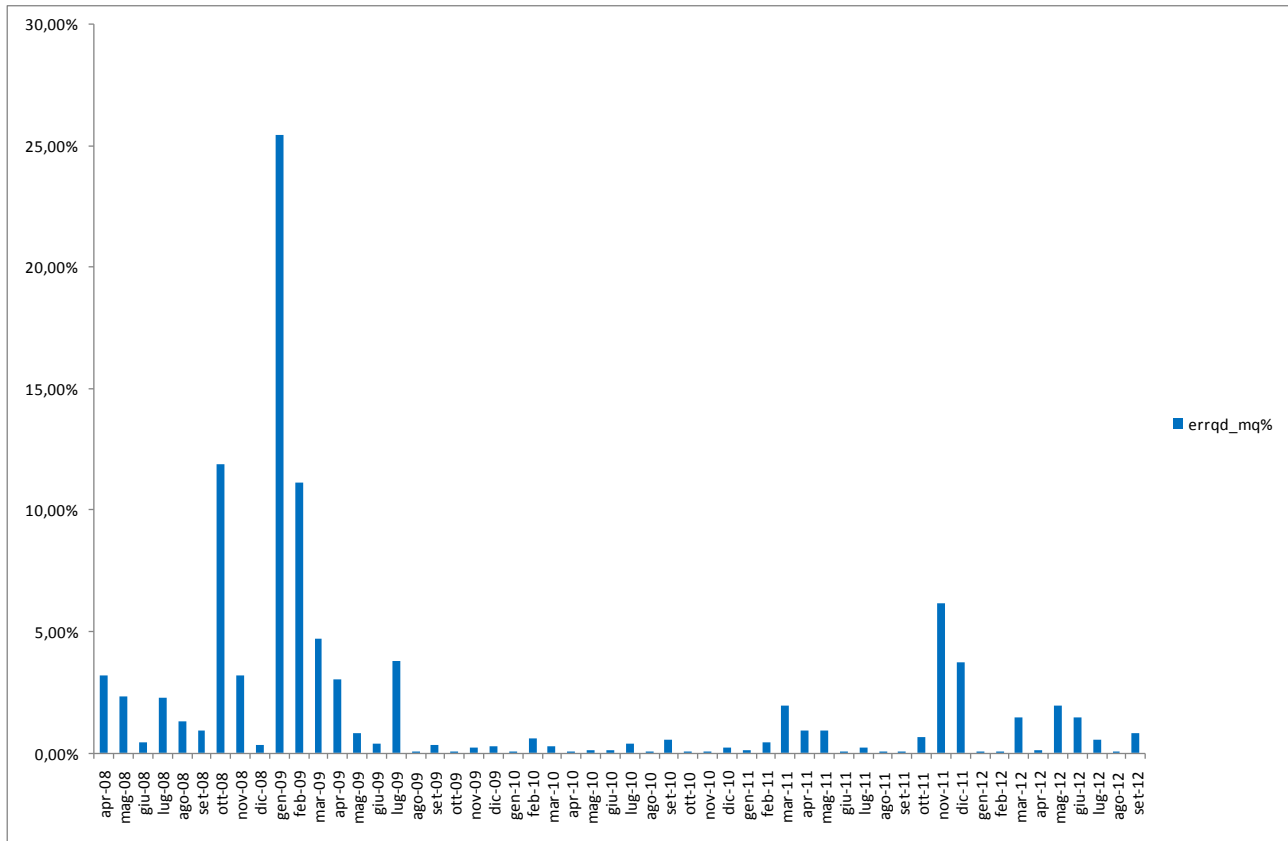


Come si vede nella maggior parte del caso, ed in particolar modo nel corso del 2012 le stime MDIP sono sempre più vicine ai dati reali rispetto alle stime MQ.

Il periodo dove le stime MQ sono continuamente più vicine ai dati osservati è quello che va da Maggio 2008 a Novembre 2008, periodo nel quale il tasso BOT a 3 mesi è sempre stato inferiore al tasso Euribor 1 mese.

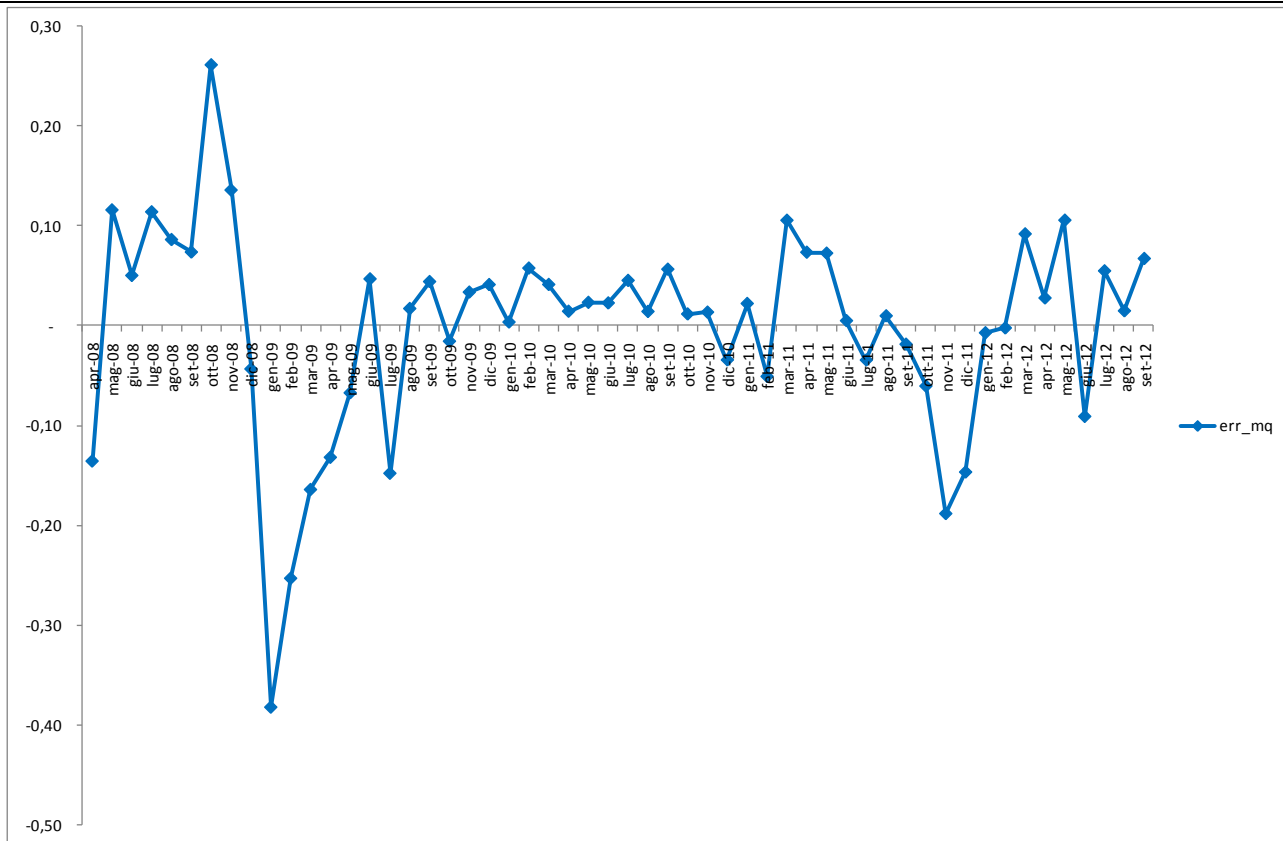
Si riporta sotto il grafico della ripartizione percentuale della devianza, come è possibile vedere su Gennaio 2009 è concentrato quasi il 25% della devianza totale, ovvero l'errore di stima presente a tale epoca rappresenta da solo il 25% della somma degli errori quadratici, ed è stato quindi capace di distorcere le stime MQ attirandole verso di sé; si nota anche però che nel corso del 2012 gli errori sono piuttosto piccoli, rispetto al modello Euribor, questo è successo a causa dal improvviso ed anomalo picco verso l'alto raggiunto dal BOT 3 mesi nel periodo Novembre - Dicembre 2011 che ha attirato verso di sé stime MQ, lasciando grandi errori nel periodo Ottobre 2008 – Febbraio 2009 nel quale si osserva un forte crollo del tasso BOT a 3 mesi .

Grafico 10:



Come si vede nel grafico sotto l'errore a Novembre - Dicembre 2011 era di segno negativo.

Grafico 11:



Vediamo adesso le relazioni di lungo periodo ed il profilo di vischiosità nonché i modelli di tasso di mercato che derivano dalle stime MDIP ed MQ.

TASSO DI MERCATO:	Breve Periodo		
	BOT_3M	MQ	MDIP
A		0,00	0,05
B		0,85	0,85
C		0,09	0,06

Nel lungo periodo avevamo:

$$\bar{Y}_t^B = \frac{A}{(1-B)} + \frac{C}{(1-B)} \bar{Y}_t^M$$

dove

$$\bar{Y}_t^M = \frac{(1-B)}{(1-B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M$$

Prende il nome di TMF (Tasso di Mercato Fondamentale)

Dunque i parametri di lungo periodo sono

TASSO DI MERCATO:	Lungo Periodo	
	BOT_3M	MQ
A/(1-B)	0,01	0,33
C/(1-B)	0,59	0,39

Nel lungo periodo dunque i parametri stimati dai due metodi sono piuttosto distanti, infatti le stime MDIP indicano una elasticità di lungo periodo meno forte.

Riguardo al TMF invece notiamo che il parametro di vischiosità B è praticamente uguale nei due metodi di stima e pertanto il TMF sarà ugualmente molto smussato in entrambe i metodi, quindi si avrà in entrambe i casi un a forte influenza dei valori passati del tasso di mercato.

Vediamo adesso la vischiosità:

ricordiamo che il tempo medio necessario al tasso banca per recepire la variazione del tasso di mercato è dato da:

$$\sum_{t=1}^{\infty} t(1-B)B^{t-1} = \frac{1}{1-B}$$

Tale tempo medio, che ricordiamo essere espresso in mesi, è pari a 6,64 per i MQ ed a 6,47 per il MDIP, confermando il fatto che il MDIP ed i MQ stimano una vischiosità praticamente identica.

Si riportano sotto i profili di vischiosità MQ ed MDIP per i primi 12 mesi:

Mese	BOT_3M_MQ	BOT_3M_MDIP
1	15,05%	15,46%
2	12,79%	13,07%
3	10,86%	11,05%
4	9,23%	9,34%
5	7,84%	7,90%
6	6,66%	6,68%
7	5,66%	5,64%
8	4,80%	4,77%
9	4,08%	4,03%
10	3,47%	3,41%
11	2,95%	2,88%
12	2,50%	2,44%
residuo	14,12%	13,33%

Come era prevedibile il profilo di vischiosità stimato dai MQ e dai MDIP è molto simile, a conferma della vicinanza delle stime di vischiosità tra i due metodi di stima nel modello Bot 3 mesi.

Il confronto tra le stime MDIP ed MQ ha dimostrato che le prime si dimostrano più esatte, venendo meno distorte dagli outlier verificatisi nel periodo Ottobre 2011-Gennaio 2012 nel quale ha avuto luogo il picco verso l'alto del tasso BOT a 3 mesi e Settembre – Ottobre 2008 dove lo stesso tasso ha subito un violento crollo.

Nel modello del tasso BOT a 3 mesi comunque la distorsione di cui sopra non sortisce effetti nefasti sulle stime, tanto è vero che il profilo di vischiosità dedotto dai 2 metodi di stima è molto simile.

Questa migliore performance del BOT 3 mesi rispetto all'EURIBOR 1 mese trova la sua ragione nell'esercizio 2012, infatti, come evidente nel Grafico 5, in tale periodo il tasso Euribor 1 mese comincia una rapida discesa verso il basso, allontanandosi dal trend del tasso dei CC passivi della banca, mentre il BOT 3 mesi dal canto suo presenta sì una significativa volatilità ma continua a seguire il trend del tasso banca; se invece poniamo a confronto i grafici del fitting dei modelli relativi ai due tassi, Grafico 6 per l'EURIBOR e Grafico 9 per il BOT ci accorgiamo che il modello con il tasso Euribor, rispetto al modello con il tasso BOT, fornisce previsioni migliori nei dati del periodo 2008-2009, mentre viceversa nel periodo 2011-2012 è il modello con il tasso BOT che ottiene i risultati migliori.

Le conclusioni finali sono che nei periodi più recenti il tasso BOT 3 mesi si rivela un parametro di indicizzazione migliore rispetto al tasso EURIBOR 1 mese; questo fatto è interpretabile a livello macroeconomico, infatti il merito creditizio di una banca è sempre correlato con quello del paese nel quale la banca opera, quindi è naturale che i tassi di raccolta di una banca italiana siano più correlati con il tasso del debito pubblico italiano, che non con il tasso EURIBOR che rappresenta invece il merito creditizio dell'area Euro; non è infatti un caso che i trend del tasso banca ed il trend EURIBOR comincino a divergere a partire da Ottobre 2011, lo stesso periodo nel quale ebbe inizio la corsa al rialzo dello spread BTP-BUND.

Il modello TFM ed il tasso stazionario per mercato e banca

Vediamo adesso come derivazione dei modelli stimati il TMF, ovvero i valori smoothed del tasso di mercato (sia Euribor 1 mese che BOT 3 mesi) e come questi si correlano al tasso dei CC passivi della banca nella relazione di lungo periodo illustrata nell'equazione 4 del paragrafo sul modello per il tasso banca.

Poiché sia nel caso dell' Euribor 1 mese che nel caso del BOT 3 mesi il MDIP ha prodotto risultati migliori rispetto ai MQ presenteremo per brevità i soli risultati relativi al MDIP per entrambe i suddetti tassi di mercato.

La relazione di lungo periodo ricordiamo essere data da:

$$\bar{Y}_t^B = \frac{A}{(1-B)} + \frac{C}{(1-B)} \bar{Y}_t^M$$

dove:

$$\bar{Y}_t^M = \frac{(1-B)}{(1-B^t)} \sum_{h=0}^{t-1} B^h Y_{t-h}^M$$

Si riportano sotto le tabelle con i parametri lineari di lungo periodo stimati con il MDIP per Euribor 1 mese e BOT 3 mesi:

Lungo Periodo	TASSO DI MERCATO:	
	EUR_1M	BOT_3M
Parametro MDIP		
A/(1-B)	0,38	0,33
C/(1-B)	0,53	0,39

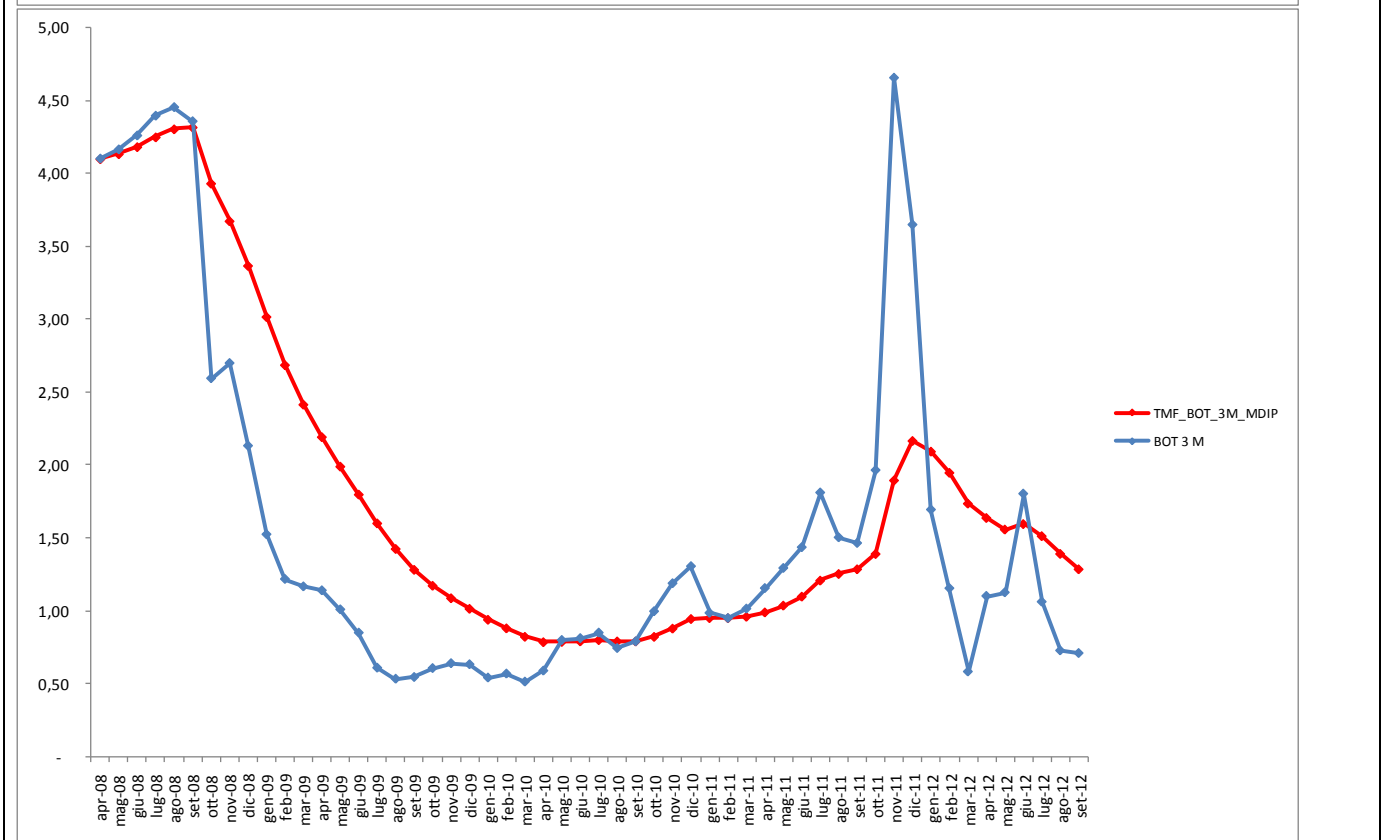
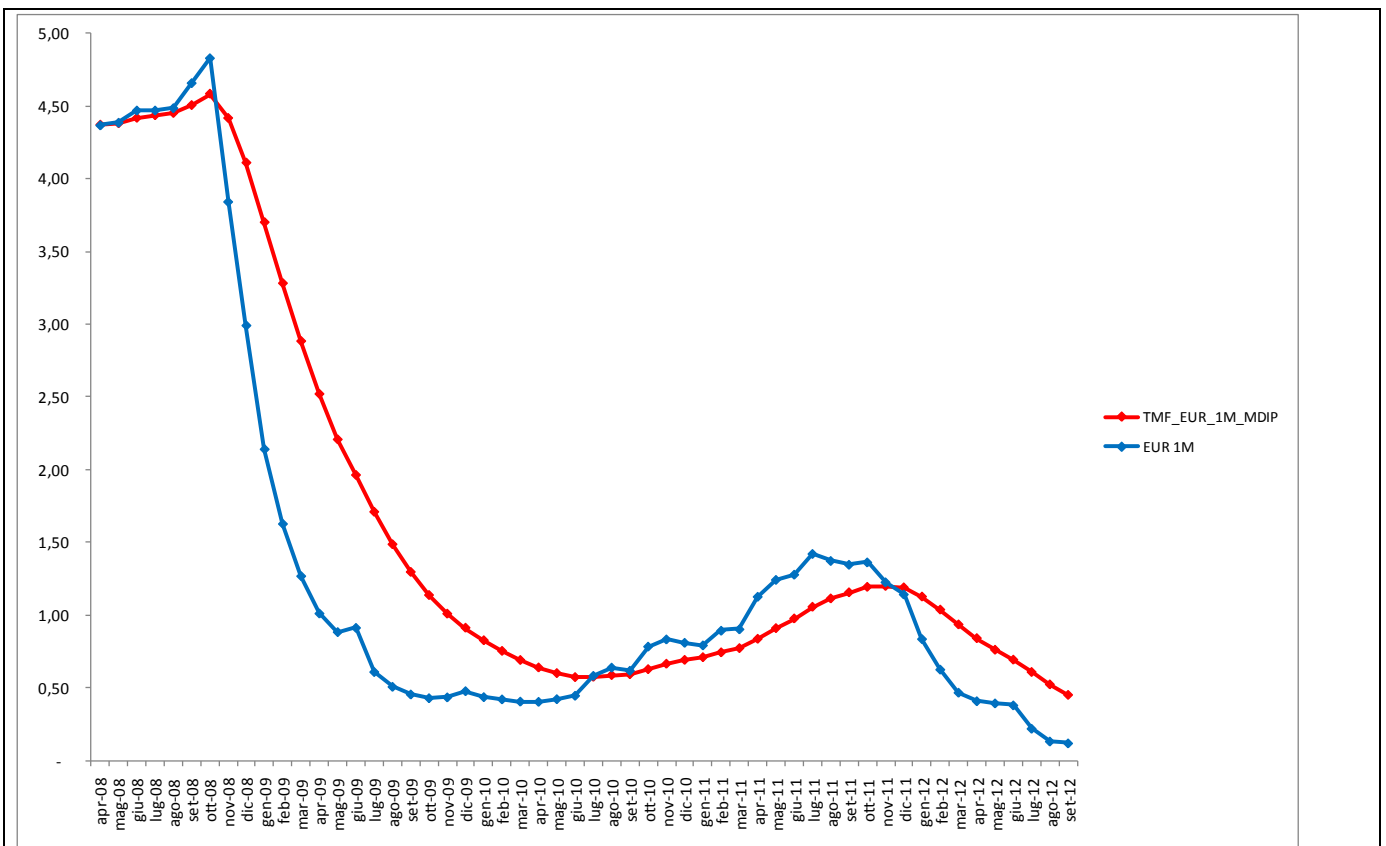
Dunque nel periodo Aprile 2008 – Settembre 2012 il tasso dei CC passivi della banca sembrerebbe mostrare una maggiore elasticità fondamentale rispetto all'Euribor 1 mese piuttosto che al tasso BOT 3 mesi.

Si riporta adesso la struttura di ponderazione temporale del TMF Euribor 1 mese e BOT 3 mesi per t = 12:

Vischiosità tasso di mercato MDIP		
Mese	EUR_1M	BOT_3M
1	19,79%	17,83%
2	16,24%	15,08%
3	13,32%	12,75%
4	10,93%	10,78%
5	8,97%	9,11%
6	7,36%	7,70%
7	6,04%	6,51%
8	4,96%	5,51%
9	4,07%	4,65%
10	3,34%	3,94%
11	2,74%	3,33%
12	2,25%	2,81%
Totale	100,00%	100,00%

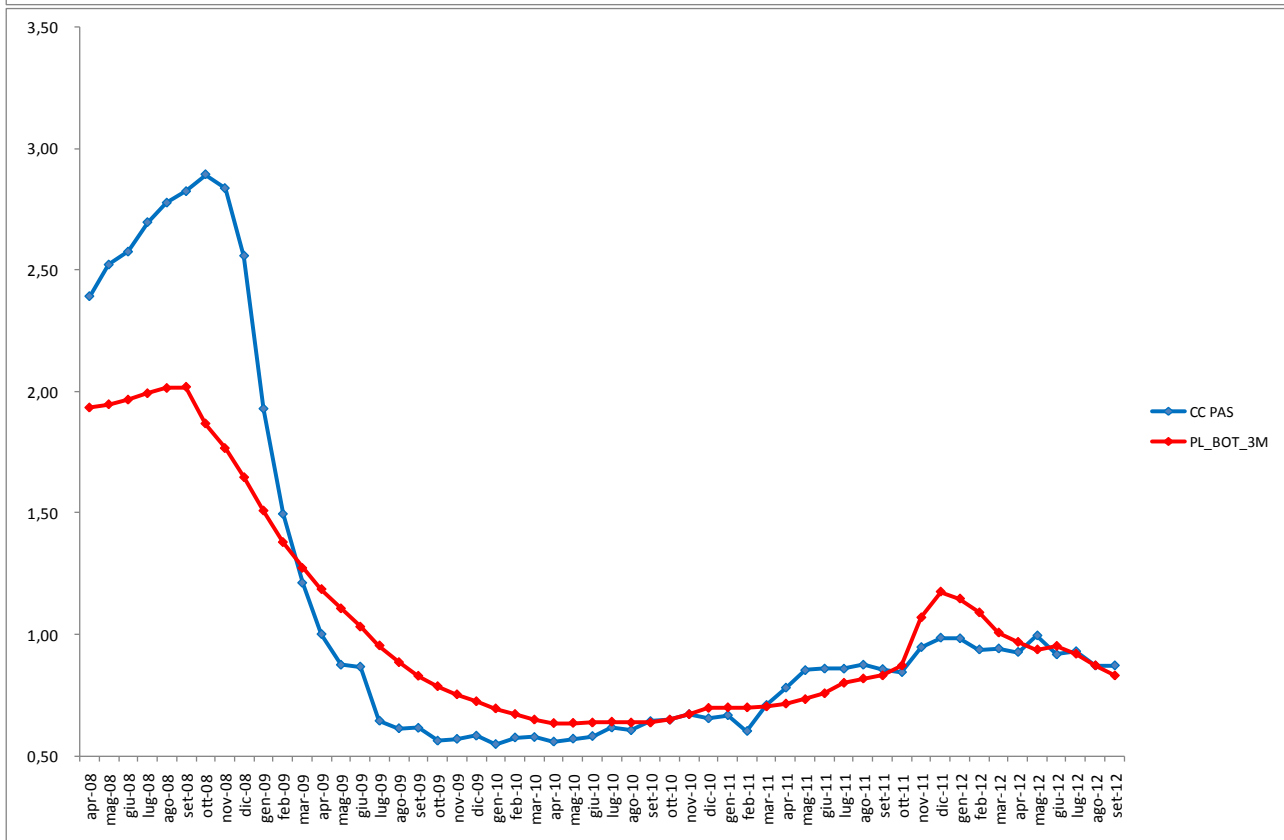
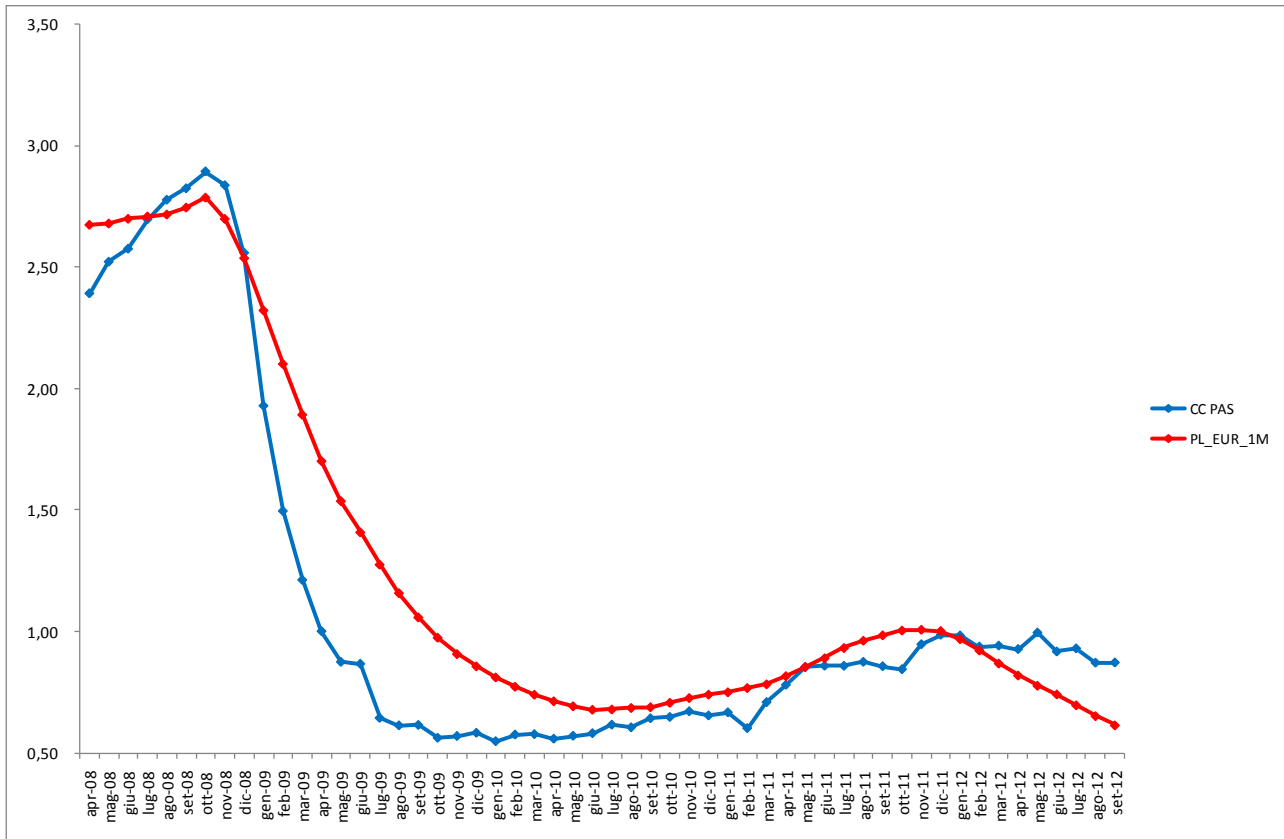
Come si evince dalla tabella, nel TMF Euribor 1 mese i tassi passati hanno un peso leggermente inferiore che non nel TMF BOT 3 mesi; questo significa che il tasso Euribor 1 mese influenza il tasso CC passivi della banca più con i suoi valori più recenti in misura maggiore rispetto al BOT 3 mesi, infatti per l'Euribor il tasso più recente (mese = 1) ha un peso del 19,79% nella determinazione del TMF, mentre per il BOT tale peso è pari a 17,83%.

Si riportano subito sotto i grafici dei tassi osservati medi mensili e dei TMF, prima per l'Euribor 1 mese poi per il tasso BOT 3 mesi:



Come si evince dai grafici per l'Euribor 1 mese il TMF è sempre più vicino al tasso osservato, mentre per il tasso BOT 3 mesi il TMF tende a smussare di più i valori risultando spesso piuttosto distante dal tasso osservato.

Si riportano ora i grafici delle relazioni di lungo periodo con il tasso CC passivi banca per Euribor 1 mese e BOT 3 mesi:



Come si vede dai grafici la previsione con l'Euribor 1 mese risulta essere più vicina al tasso CC passivi della banca nel periodo Aprile 2008-Gennaio 2009, mentre da Febbraio 2009 in poi la previsione con il BOT 3 mesi risulta sempre più esatta confermando l'analisi illustrata nelle pagine 37-38 del presente articolo.

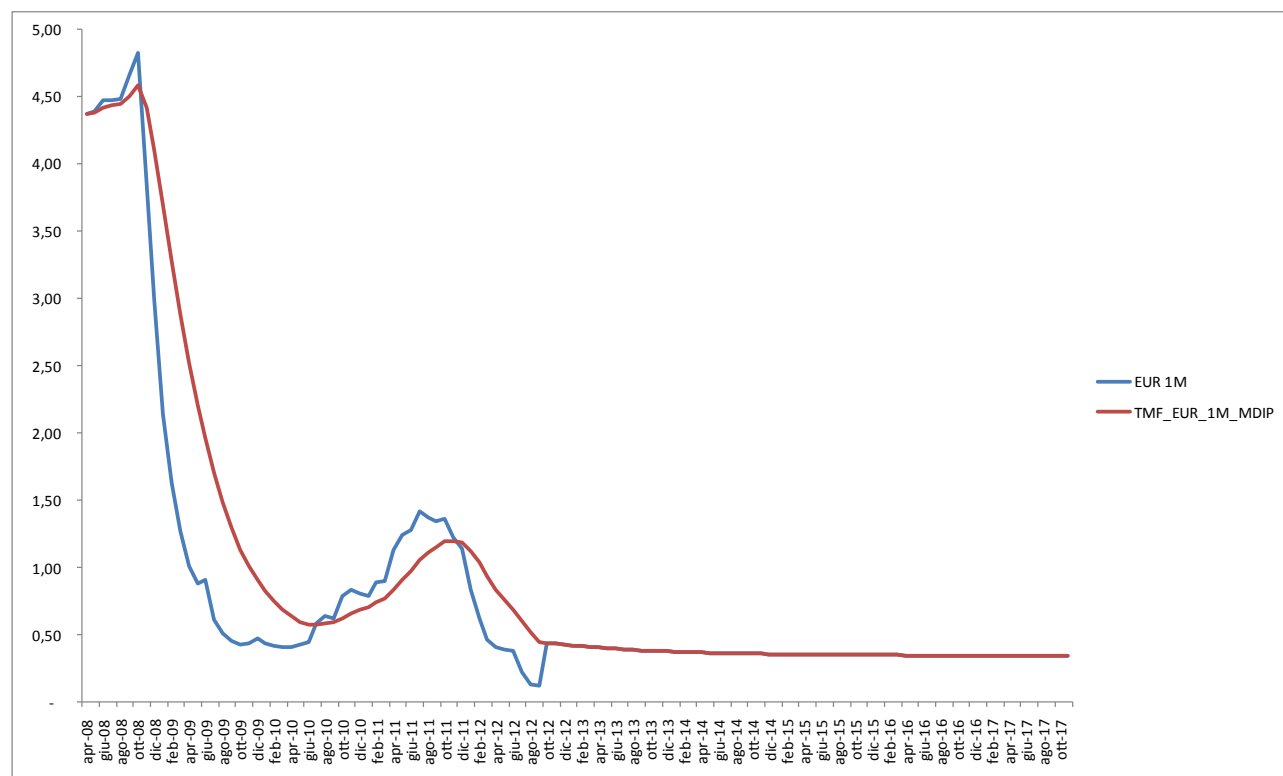
Si riportano subito sotto i valori rappresentati nei grafici precedenti:

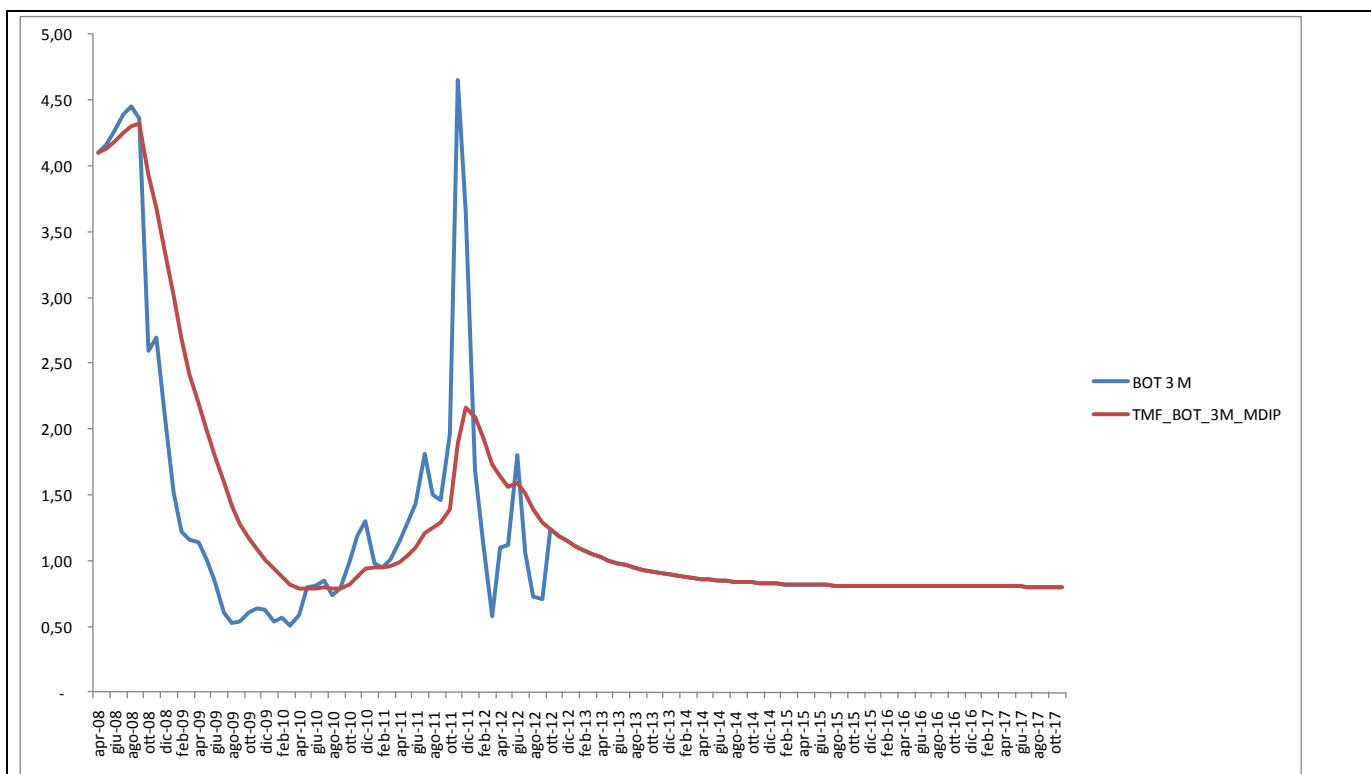
data	CC PAS	EUR 1M	BOT 3 M	TMF_EUR_1M_MDIP	TMF_BOT_3M_MDIP	CC_PASS_LONG	CC_PASS_LONG_BOT_3M
apr-08	2,39	4,37	4,10	4,37	4,10	2,67	1,93
mag-08	2,52	4,39	4,17	4,38	4,14	2,68	1,95
giu-08	2,58	4,47	4,26	4,42	4,18	2,70	1,97
lug-08	2,70	4,47	4,40	4,43	4,25	2,71	1,99
ago-08	2,78	4,49	4,46	4,45	4,31	2,72	2,01
set-08	2,82	4,66	4,36	4,50	4,32	2,75	2,02
ott-08	2,89	4,83	2,59	4,58	3,93	2,79	1,87
nov-08	2,84	3,84	2,70	4,42	3,68	2,70	1,77
dic-08	2,56	2,99	2,13	4,11	3,37	2,54	1,65
gen-09	1,93	2,14	1,52	3,70	3,02	2,32	1,51
feb-09	1,50	1,63	1,22	3,28	2,69	2,10	1,38
mar-09	1,21	1,27	1,16	2,88	2,42	1,89	1,27
apr-09	1,00	1,01	1,14	2,52	2,19	1,70	1,19
mag-09	0,87	0,88	1,01	2,21	1,99	1,54	1,11
giu-09	0,87	0,91	0,85	1,96	1,80	1,41	1,03
lug-09	0,64	0,61	0,61	1,71	1,60	1,28	0,95
ago-09	0,61	0,51	0,53	1,48	1,42	1,16	0,89
set-09	0,61	0,46	0,54	1,29	1,28	1,06	0,83
ott-09	0,56	0,43	0,60	1,14	1,17	0,98	0,79
nov-09	0,57	0,44	0,64	1,01	1,09	0,91	0,75
dic-09	0,58	0,48	0,63	0,91	1,01	0,86	0,72
gen-10	0,55	0,44	0,54	0,82	0,94	0,81	0,69
feb-10	0,57	0,42	0,57	0,75	0,88	0,77	0,67
mar-10	0,58	0,41	0,51	0,69	0,82	0,74	0,65
apr-10	0,56	0,40	0,59	0,64	0,78	0,71	0,63
mag-10	0,57	0,42	0,80	0,60	0,79	0,69	0,64
giu-10	0,58	0,45	0,81	0,57	0,79	0,68	0,64
lug-10	0,62	0,58	0,85	0,57	0,80	0,68	0,64
ago-10	0,60	0,64	0,74	0,59	0,79	0,69	0,64
set-10	0,64	0,62	0,79	0,59	0,79	0,69	0,64
ott-10	0,65	0,78	0,99	0,63	0,82	0,71	0,65
nov-10	0,67	0,83	1,19	0,66	0,88	0,73	0,67
dic-10	0,65	0,81	1,30	0,69	0,94	0,74	0,70
gen-11	0,67	0,79	0,98	0,71	0,95	0,75	0,70
feb-11	0,60	0,89	0,95	0,74	0,95	0,77	0,70
mar-11	0,71	0,90	1,01	0,77	0,96	0,78	0,70
apr-11	0,78	1,13	1,15	0,83	0,99	0,82	0,71
mag-11	0,85	1,24	1,29	0,91	1,04	0,86	0,73
giu-11	0,86	1,28	1,43	0,97	1,10	0,89	0,76
lug-11	0,86	1,42	1,81	1,05	1,21	0,93	0,80
ago-11	0,87	1,37	1,50	1,11	1,25	0,96	0,82
set-11	0,86	1,35	1,46	1,15	1,29	0,98	0,83
ott-11	0,84	1,36	1,96	1,19	1,39	1,00	0,87
nov-11	0,95	1,23	4,66	1,20	1,90	1,01	1,07
dic-11	0,99	1,14	3,65	1,19	2,17	1,00	1,18
gen-12	0,98	0,84	1,69	1,13	2,09	0,97	1,15
feb-12	0,94	0,63	1,15	1,04	1,95	0,92	1,09
mar-12	0,94	0,47	0,58	0,93	1,74	0,87	1,01
apr-12	0,93	0,41	1,10	0,84	1,64	0,82	0,97
mag-12	0,99	0,39	1,12	0,76	1,56	0,78	0,94
giu-12	0,92	0,38	1,80	0,69	1,60	0,74	0,95
lug-12	0,93	0,22	1,06	0,61	1,51	0,70	0,92
ago-12	0,87	0,13	0,72	0,52	1,39	0,65	0,87
set-12	0,87	0,12	0,71	0,45	1,29	0,61	0,83

Veniamo adesso al calcolo del tasso di lungo periodo per i due tassi di mercato, applicando il modello descritto in precedenza ottenendo le stime con il MDIP applicato ai TMF:

Parametro	EUR_1M	BOT_3M
A_M	0,03	0,08
B_M	0,92	0,90
$A_M/(1-B_M)$	0,35	0,80

Dunque per l'Euribor 1 mese si prevede un valore di lungo periodo pari a 0,35% mentre per il BOT a 3 mesi tale valore è pari a 0,80%, dunque per entrambe i tassi di mercato si prevede (nel lungo periodo) un modesto rialzo; riportiamo subito sotto il grafico di convergenza al valore di lungo periodo per l'Euribor 1 mese e poi per il tasso BOT 3 mesi:





I due grafici evidenziano ancora una volta il migliore adattamento del modello con il tasso BOT 3 mesi, infatti come si vede dai grafici il Bot rispetto all'Euribor mostra una convergenza al tasso di lungo periodo più continua ed armonica. Calcoliamo adesso infine il tasso dei cc passivi della banca di lungo periodo relativo prima all'Euribor 1 mese e poi al tasso BOT 3 mesi; come già illustrato il tasso banca di lungo periodo si ottiene applicando la relazione lineare di lungo periodo al valore di lungo periodo del tasso di mercato, quindi ricordando le stime ottenute in precedenza con il MDIP

Lungo Periodo	TASSO DI MERCATO:	
	Parametro MDIP	EUR_1M
A/(1-B)	0,38	0,33
C/(1-B)	0,53	0,39

Parametro	EUR_1M	BOT_3M
A _M	0,03	0,08
B _M	0,92	0,90
A _M /(1-B _M)	0,35	0,80

otteniamo per l'Euribor 1 mese:

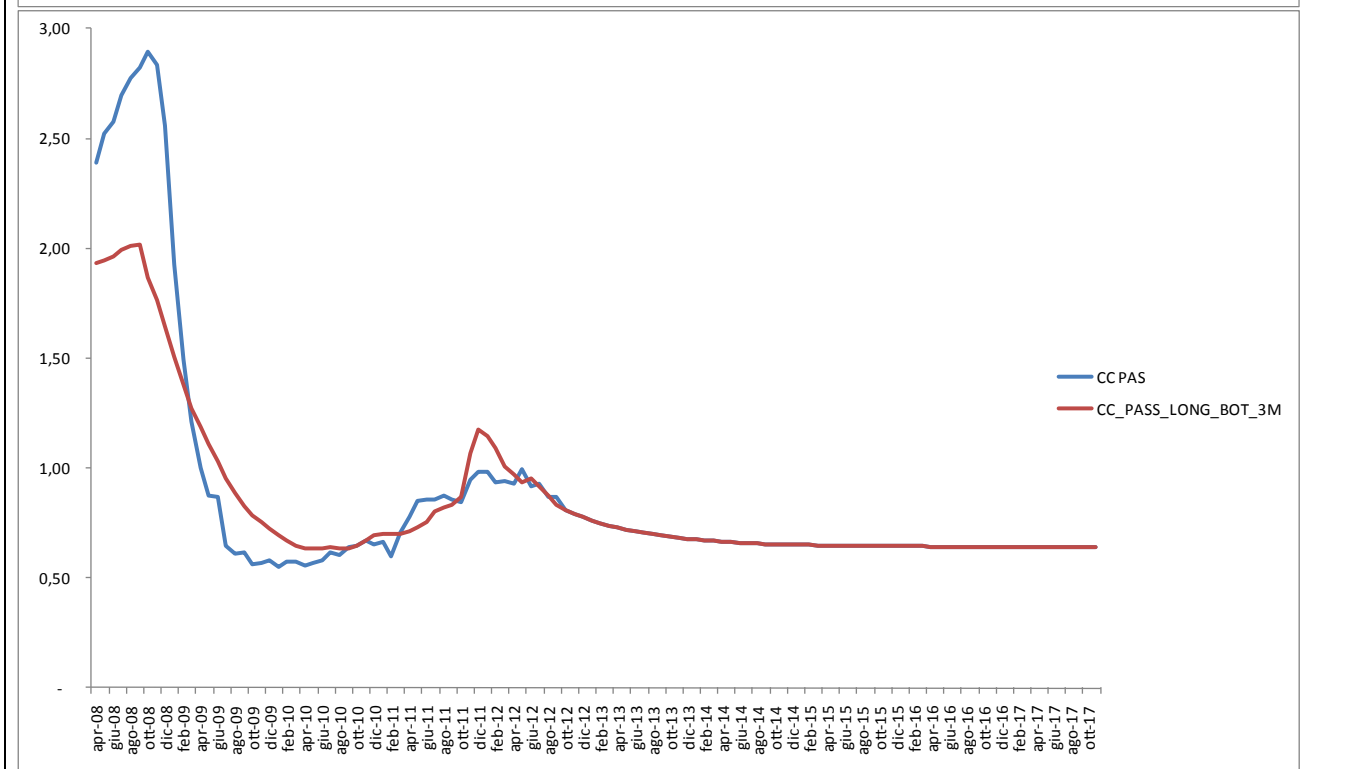
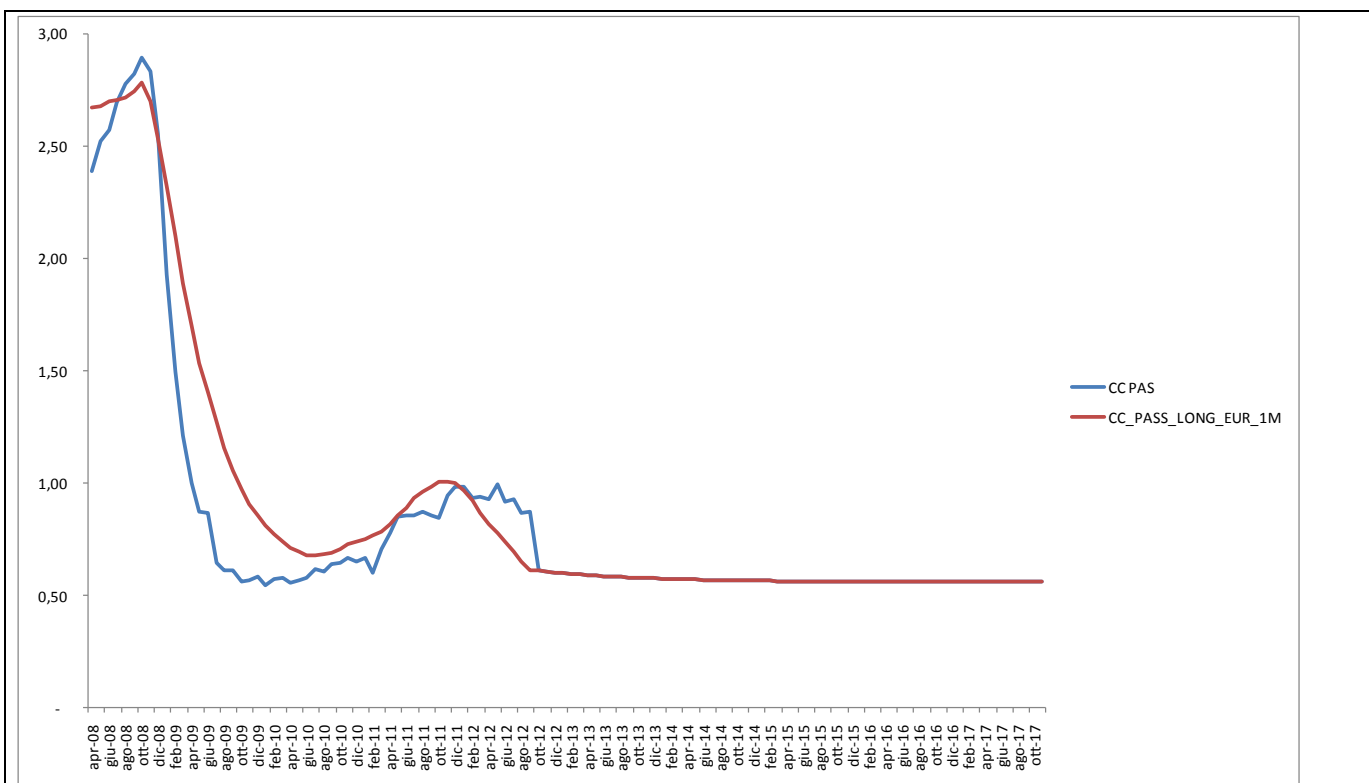
$$0,38 + 0,53 \cdot 0,35 = 0,56$$

mentre per il tasso BOT 3 mesi:

$$0,33 + 0,39 \cdot 0,80 = 0,64$$

Dunque otteniamo un tasso cc passivi banca di lungo periodo pari allo 0,56% adottando come tasso di mercato l'Euribor 1 mese e dello 0,64% prendendo come tasso di mercato il tasso BOT 3 mesi, che come abbiamo visto lungo tutto l'articolo si dimostra la scelta migliore.

Vediamo adesso il grafico di convergenza al valore di lungo periodo del tasso CC passivi banca, ottenuto prima con l'Euribor 1 mese e poi con il tasso BOT 3 mesi:



Come si evince dai grafici l'adattamento del tasso BOT 3 mesi risulta ancora una volta migliore rispetto a quello dell'Euribor 1 mese; il fitting ottenuto con quest'ultimo tasso di mercato infatti mostra una vistosa discontinuità verso il basso tra l'ultimo valore osservato (Settembre 2012) e la serie delle previsioni che converge al tasso CC banca di lungo periodo che va da Ottobre 2012 a Dicembre 2017.

Si riportano nella pagina successiva le serie di previsione a partire da Settembre 2012:

data	EUR 1M	BOT 3 M	TMF_EUR_1M	TMF_BOT_3M	CC_PASS_LONG_EUR_1M	CC_PASS_LONG_BOT_3M
set-12	0,12	0,71	1,29	0,45	0,61	0,83
ott-12	0,44	1,24	1,24	0,44	0,61	0,81
nov-12	0,43	1,19	1,19	0,43	0,61	0,79
dic-12	0,43	1,15	1,15	0,43	0,60	0,78
gen-13	0,42	1,11	1,11	0,42	0,60	0,76
feb-13	0,42	1,08	1,08	0,42	0,60	0,75
mar-13	0,41	1,05	1,05	0,41	0,59	0,74
apr-13	0,41	1,03	1,03	0,41	0,59	0,73
mag-13	0,40	1,00	1,00	0,40	0,59	0,72
giu-13	0,40	0,98	0,98	0,40	0,59	0,71
lug-13	0,39	0,96	0,96	0,39	0,58	0,70
ago-13	0,39	0,95	0,95	0,39	0,58	0,70
set-13	0,39	0,93	0,93	0,39	0,58	0,69
ott-13	0,38	0,92	0,92	0,38	0,58	0,69
nov-13	0,38	0,91	0,91	0,38	0,58	0,68
dic-13	0,38	0,90	0,90	0,38	0,58	0,68
gen-14	0,37	0,89	0,89	0,37	0,58	0,67
feb-14	0,37	0,88	0,88	0,37	0,57	0,67
mar-14	0,37	0,87	0,87	0,37	0,57	0,67
apr-14	0,37	0,86	0,86	0,37	0,57	0,67
mag-14	0,37	0,86	0,86	0,37	0,57	0,66
giu-14	0,37	0,85	0,85	0,37	0,57	0,66
lug-14	0,36	0,85	0,85	0,36	0,57	0,66
ago-14	0,36	0,84	0,84	0,36	0,57	0,66
set-14	0,36	0,84	0,84	0,36	0,57	0,66
ott-14	0,36	0,83	0,83	0,36	0,57	0,65
nov-14	0,36	0,83	0,83	0,36	0,57	0,65
dic-14	0,36	0,83	0,83	0,36	0,57	0,65
gen-15	0,36	0,82	0,82	0,36	0,57	0,65
feb-15	0,36	0,82	0,82	0,36	0,57	0,65
mar-15	0,35	0,82	0,82	0,35	0,56	0,65
apr-15	0,35	0,82	0,82	0,35	0,56	0,65
mag-15	0,35	0,82	0,82	0,35	0,56	0,65
giu-15	0,35	0,82	0,82	0,35	0,56	0,65
lug-15	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,65
ago-15	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,65
set-15	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,65
ott-15	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
nov-15	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
dic-15	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
gen-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
feb-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
mar-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
apr-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
mag-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
giu-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
lug-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
ago-16	0,35	0,81	0,81	0,35	0,56	0,64
set-16	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
ott-16	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
nov-16	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
dic-16	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
gen-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
feb-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
mar-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
apr-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
mag-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
giu-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
lug-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
ago-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
set-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
ott-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
nov-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64
dic-17	0,35	0,80	0,80	0,35	0,56	0,64

Bibliografia

- **Koenker, Hallock.** Fall 2001. "Quantile Regression" *Journal of Econometrics*
- **Abadie, Alberto, Joshua Angrist and Guido Imbens.** 2001. "Instrumental Variables Estimation of Quantile Treatment Effects." *Econometrica*.
- **Abrevaya, Jason.** 2001. "The Effects of Demographics and Maternal Behavior on the Distribution of Birth Outcomes." *Empirical Economics*. March, 26:1, pp. 247–57.
- **Arias, Omar, Kevin Hallock and Walter Sosa-Escudero.** 2001. "Individual Heterogeneity in the Returns to Schooling: Instrumental Variables Quantile Regression Using Twins Data." *Empirical Economics*. March, 26:1, pp. 7–40.
- **Barrodale, I. and F. Roberts.** 1974. "Solution of an Overdetermined System of Equations in the L1 Norm [F4] (Algorithm 478)." *Communications of the ACM*. 17:6, pp. 319–20.
- **Bassett, Gilbert and Hsiu-Lang Chen.** 2001. "Quantile Style: Return-Based Attribution Using Regression Quantiles." *Empirical Economics*. March, 26:1, pp. 293–305.
- **Buchinsky, Moshe.** 1994. "Changes in U.S. Wage Structure 1963–1987: An Application of Quantile Regression." *Econometrica*. March, 62:2, pp. 405–58.
- **Buchinsky, Moshe.** 1997. "The Dynamics of Changes in the Female Wage Distribution in the USA: A Quantile Regression Approach." *Journal of Applied Econometrics*. January/February, 13:1, pp. 1–30.

Danilo Ferroni

Newsletter AIFIRM – Risk Management Magazine

Anno 8, n° 4 Ottobre – Novembre – Dicembre 2013

Direttore Responsabile:

Maurizio Vallino (Banca Carige)

Condirettore

Corrado Meglio (Banca di Credito Popolare)

Comitato di Redazione:

Simona Cosma (Università del Salento)

Emanuele Diquattro (Banca Agricola Pop. di Ragusa)

Paola Ferretti (Università di Pisa)

Giampaolo Gabbi (Università di Siena)

Fausto Galmarini (Assifact)

Pier Giuseppe Giribone (Banca Carige)

Rossano Giuppa (BCC Roma)

Aldo Letizia (Banca Popolare Pugliese)

Paolo Palliola (Cassa di Risparmio di San Miniato)

Enzo Rocca (Credito Valtellinese)

Fabio Salis (Banco Popolare)

Cristiana Schena (Università dell'Insubria)

Giuseppe Torluccio (Università di Bologna)

Walter Vecchiato (Veneto Banca)

Vignettista: Silvano Gaggero

Proprietà, Redazione e Segreteria:

Associazione Italiana Financial Industry Risk Managers (AIFIRM), Via Sile 18, 20139 Milano

Registrazione del Tribunale di Milano n° 629 del 10/9/2004

ISSN 2283-7329

E-mail: segreteria@aifirm.it;

Tel. 389 6946315 da Lunedì a Venerdì h.15-17

Stampa: Algraphy S.n.c. - Passo Ponte Carrega 62-62r

16141 Genova

Le opinioni espresse negli articoli impegnano unicamente la responsabilità dei rispettivi autori

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE AI SOCI AIFIRM RESIDENTI IN ITALIA, IN REGOLA CON L'ISCRIZIONE

